UNIVERSITE Joseph KI-ZERBO

Office du Baccalauréat

....

Série A4

Année 2020
Session Normale
Epreuve du 1er tour
Durée : 3 heures
Coefficient : 03

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux (2) pages
(Les calculatrices ne sont pas autorisées)

Exercice 1 (5 points)

Soit le polynôme $P(x) = (5x-2)(2x-1)(x+1)$

1) Développer, réduire et ordonner $P(x)$. (1 point)

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) l'équation $P(x) = 0$. (1 point)

b) l'inéquation $P(x) \geqslant 0$. (1 point)

c) En utilisant les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $P(x) = 0$, résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation: $10(\ln x)^3 + (\ln x)^2 - 7\ln x + 2 = 0$. (1 point)

3) Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, le système suivant : $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2e^{2x} - 15e^{1-y} = 8 \end{cases}$ (1 point)

Exercice 2 (5 points)

Le 1er janvier 2020, une association caritative compte 1500 donateurs. Une étude a montré que chaque année, 30% des donateurs de l'année précédente ne renouvelaient pas leur don mais que chaque année, il y avait 300 nouveaux donateurs.

Pour tout entier naturel n, on appelle U_n, le nombre de donateurs de l'association le 1er janvier de l'année $(2020+n)$; on a donc $U_0 = 1500$.

1) a) Calculer U_1 et U_2. (0,5 point + 0,5 point)

b) Vérifier que pour tout entier naturel n, on a : $U_{n+1} = 0,7U_n + 300$. (0,5 point)

2) Soit la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par $V_n = U_n - 1000$.

a) Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique et préciser sa raison et son premier terme. (0,5 point + 0,5 point+ 0,5 point)

b) Exprimer V_n en fonction de n puis U_n en fonction de n. (0,5 point + 0,5 point)

3) Calculer la limite de U_n en $+\infty$. (1 point)

Problème (10 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x + 3 + e^{x-2}$.

On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm.

1) Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$. (0,5 point + 0,5 point)

2) a) Calculer $f'(x)$ pour tout réel x, f' étant la fonction dérivée de f. (1 point)

b) Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation. (3 points)

3) a) Montrer que la droite (D) d'équation $y = 3 - x$ est une asymptote oblique à la courbe (C) en $-\infty$. (1 point)

b) Etudier la position relative de (C) par rapport à (D). (1 point)

4) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse $x_0 = 2$. (1 point)

5) Contruire la tangente (T), l'asymptote(D) et la courbe (C) sur $]-\infty, 4]$. (0,5 point + 0,5 point + 1 point)

Données : $e^2 \simeq 7,4$; $e \simeq 2,7$.

Fin