UNIVERSITE Joseph KI-ZERBO

Office du Baccalauréat

Série A4

Année 2021
Session Normale
Epreuve du 1er tour
Durée : 3 heures
Coefficient : 03

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux (2) pages
(Les calculatrices ne sont pas autorisées)

Exercice 1 (5,5 points)

1) On considère le polynôme : $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5x - 6$.
   a) Calculer $P(-1)$. (0,25 point)
   b) Déterminer les réels a, b et c tels que $P(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c)$. (0,75 point)
2) Soit le polynôme $g(x) = (x+1)(2x^2 + x - 6)$
   a) Développer $g(x)$. (0,25 point)
   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $g(x) = 0$. (0,5 point)
   c) En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de :
   (i) $\ln x + \ln(2x+1) = \ln 6$. (0,75 point)
   (ii) $\ln x^2 + \ln(2x+3) \leqslant \ln(5x+6)$. (1 point)
   (iii) $2(\ln x)^2 + 3\ln x - 5 = \dfrac{6}{\ln x}$. (1 point)
3) a) Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système d'équations
   $\begin{cases} 4x + y = 6 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases}$ (0,5 point)

   b) En déduire la résolution du système d'équations

   $\begin{cases} 4e^x + e^y = 6 \\ 3e^x - 2e^y = -1 \end{cases}$ (0,5 point)

Exercice 2 (4,5 points)

Le tableau suivant donne la consommation mensuelle du riz local, en kilogramme de 110 familles dans une localité du Burkina Faso.

Consommation (en kg)	$[120, 125[$	$[125, 130[$	$[130, 135[$	$[135, 140[$	$[140, 145[$	$[145, 150[$
Nombre de familles	7	11	42	17	24	9

1) Quelle est la population étudiée ? (0,5 point)
2) Quel est le caractère étudié et quelle est sa nature ? (1 point)
3) Déterminer le nombre de familles dont la consommation mensuelle :
   a) est moins de 140 kg. (0,5 point)
   b) est d'au moins 135 kg. (0,5 point)
   c) appartient à l'intervalle $[135, 145[$. (0,5 point)
4) Déterminer la classe modale de cette série statistique. (0,5 point)
5) Calculer la consommation mensuelle moyenne de cette série statistique. (1 point)

Problème (10 points)

Soit f la fonction numérique de la variable x définie sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$

par : $\forall x \in \mathbb{R}\setminus\{2\}$, $f(x) = \dfrac{x^2-4x+3}{2-x}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$, unité graphique 1 cm.

1) a) Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition. (1 point)

b) Déterminer les réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{2-x}$ $\forall x \in \mathbb{R}\setminus\{2\}$. (1 point)

2) a) Montrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 2$ est une asymptote à (C) à l'infini. Préciser la position de (C) par rapport à (D). (1,5 point)

b) Montrer qu'il y a une deuxième asymptote et préciser son équation. (0,5 point)

c) Montrer que le point $I(2;0)$ est un centre de symétrie à (C). (0,5 point)

3) a) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}\setminus\{2\}$ et montrer que $\forall x \in \mathbb{R}\setminus\{2\}$, $f'(x) = \dfrac{-x^2+4x-5}{(2-x)^2}$. (1 point)

b) Etudier le signe de $f'(x)$. (1 point)

c) Donner le sens de variation de f et dresser son tableau de variation. (1 point)

d) Déterminer les points d'intersection de (C) avec les axes de coordonnées. (0,5 point)

4) Construire la courbe (C) et ses asymptotes dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$. (2 points)

Fin