Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Baccalauréat `Session : 2017`
Série : D et TI
Épreuve : Mathématiques
Durée : 4 h Coefficient : 4

<u>Exercice 1</u> (4 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
On considère les points A, B, C et D du plan complexe d'affixes respectives $a = 5 + 4\text{i}$, $b = 4 + \text{i}$, $c = 3 + 3\text{i}$ et $d = 6 + 2\text{i}$.

1. Placer les points A, B, C et D sur le graphique. **1 pt**

2. Calculer $\dfrac{d-b}{d-a}$, en déduire que le triangle DAB est rectangle et isocèle. **1 pt**

3. On considère l'application f qui à tout point M d'affixe z, avec $z \neq b$, associe le point M' d'affixe z' définie par $z' = \dfrac{z - 5 - 4\text{i}}{z - 4 - \text{i}}$.
a) Calculer l'affixe c' du point C' par f et placer le point C' sur la figure. **0,5 pt**
b) Déterminer l'ensemble $(\mathscr{E})$ des points M d'affixe z, avec $z \neq b$, tels que $|z'| = 1$. **0,5 pt**
c) Justifier que $(\mathscr{E})$ contient les points D et C. Tracer $(\mathscr{E})$. **0,5 pt**

4. On appelle J l'image du point A par la rotation r de centre D et d'angle $-\dfrac{\pi}{2}$.
Déterminer l'affixe de J. **0,5 pt**

<u>Exercice 2</u> (5 points)

Lors d'une période de sécheresse, un agriculteur relève la quantité totale d'eau (en m^3) utilisée pour son exploitation depuis le premier jour et donne le tableau suivant :

Nombre de jours écoulés : x	1	3	5	8	10
Volume d'eau utilisée (en m^3) : y	2,25	4,3	7	15,5	27

Le plan est muni d'un repère orthogonal. On prendra 1 cm pour représenter un jour et 0,5 cm pour un mètre cube.

1. Représenter le nuage de points associé à cette série statistique. **1,25 pt**
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage. **0,5 pt**
3. Montrer que la covariance de x et y est 28,296. **0,5 pt**
4. Démontrer qu'une équation de la droite de régression de y en x est $y = \dfrac{3537}{1330}x - \dfrac{8381}{2660}$ sachant que la variance de x est $v(x) = 10,64$. **0,75 pt**
5. En déduire une estimation du volume d'eau utilisée pendant les 20 premiers jours. **0,5 pt**
6. L'agriculteur dispose de sept ouvriers dont quatre femmes et trois hommes et il doit choisir au hasard et simultanément quatre personnes pour les primer.
Calculer la probabilité des événements :
a) A « aucun homme n'est choisi » **0,75 pt**
b) B « au moins trois femmes sont choisies » **0,75 pt**

<u>Problème</u> (11 points)

A) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \text{e}^{\frac{3x}{2}} - 2x - 1$. On désigne par $(\mathscr{C}_f)$ la courbe de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ d'unité graphique 2 cm.

1. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. **0,5 pt**

2. a) Étudier les variations de f et dresser son tableau de variations. **1,25 pt**
b) Montrer que la droite $(\mathscr{D})$ d'équation $y = -2x - 1$ est asymptote à $(\mathscr{C}_f)$ à $-\infty$. **0,5 pt**
c) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions dont l'une est nulle et l'autre notée α appartient à l'intervalle $[0,3; 0,4]$. **1,5 pt**

3. Tracer $(\mathscr{C}_f)$ et $(\mathscr{D})$ dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. **1,25 pt**

4. Soit m un réel strictement inférieur à 0.

a) Exprimer en fonction m l'aire $\mathscr{A}(m)$ en cm^2 de la portion du plan limitée par $(\mathscr{C}_f)$, $(\mathscr{D})$ et les droites d'équations $x = m$ et $x = 0$. **0,5 pt**

b) Quelle est la limite de cette aire quand m tend vers $-\infty$? **0,5 pt**

B) On considère la fonction g définie sur $\left]-\dfrac{1}{2}, +\infty\right[$ par $g(x) = \dfrac{2}{3}\ln(2x+1)$.

1. Donner le sens de variations de g. **0,5 pt**

2. Montrer que les équations $f(x) = 0$ et $g(x) = x$ sont équivalentes dans $\left]-\dfrac{1}{2}, +\infty\right[$. **0,5 pt**

3. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 4$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = g(u_n)$.

a) Montrer, par récurrence, que pour tout entier naturel n, on a : $u_n \in [\alpha, 4]$, et que (u_n) est décroissante. **1 pt**

b) Justifier que (u_n) est convergente et déterminer sa limite. **0,5 pt**

C) On considère les équations différentielles $(E) : 2y' - 3y = 0$ et $(E') : 2y' - 3y = 6x - 1$.

1. Montrer que f est solution de (E'). **0,5 pt**

2. Résoudre (E) sur $\mathbb{R}$. **0,5 pt**

3. Montrer qu'une fonction h est solution de (E) si, et seulement si, $h + f$ est solution de (E'). **0,5 pt**

4. Résoudre alors (E') sur $\mathbb{R}$. **0,5 pt**

5. Déterminer la fonction u solution de (E') telle que $u(0) = 2$. **0,5 pt**