Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : PROBATOIRE BLANC
Session : 2022 Série : C
Epreuve : Mathématiques
Durée : 3h Coefficient : 6

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

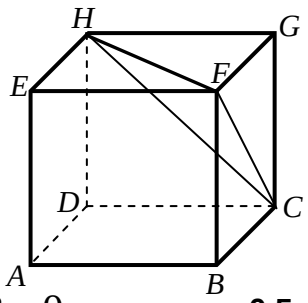
EXERCICE 1 : 3,5 points

$ABCD$ est un carré de centre O et de sens direct. On note I et L les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[AD]$. On pose $f = r \circ h$ où r est la rotation de centre A d'angle de mesure $\frac{\pi}{2}$ et h l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{1}{2}$.

1. Construire les points I' et O' symétriques respectifs des points I et O par rapport à la droite (AD). **0,5pt**
2. **(a)** Déterminer les images des points B, C et D par l'homothétie h. **0,75pt**
   (b) Déterminer les images des points I, O et L par la rotation r. **0,75pt**
   (c) En déduire les images des points B, C et D par l'application f. **0,75pt**
3. **(a)** Donner la nature et les éléments caractéristiques de l'application f. **0,5pt**
   (b) En déduire que les droites (BD) et (LI') sont perpendiculaires. **0,25pt**

EXERCICE 2 : 3,25 points

Soit le cube $ABCDEFGH$ représenté par la figure ci-contre.
L'espace est orienté par le repère orthonormal direct $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$ et on note $(\mathscr{P})$ le plan (CFH).



1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AG}, \overrightarrow{CF}$ et $\overrightarrow{FH}$. **0,75pt**
2. Démontrer que la droite (AG) est orthogonale au plan $(\mathscr{P})$. **0,5pt**
3. Démontrer qu'une équation cartésienne du plan $(\mathscr{P})$ est : $x + y + z - 2 = 0$. **0,5pt**
4. Soit I le point d'intersection de (AG) avec le plan $(\mathscr{P})$.
   Déterminer les coordonnées du point I et en déduire la distance du point A à $(\mathscr{P})$. **0,75pt**
5. Une urne contient 4 boules portant le numéro 1, 3 boules portant le numéro -1 et 6 boules portant le numéro 0 toutes indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise trois boules de cette urne et on désigne par a, b et c les numéros apparus respectivement dans cet ordre. Soit (Q) le plan d'équation $ax + by - cz = 0$.
   Combien de tirages peut-on effectuer pour que $(\mathscr{P})$ et (Q) soient perpendiculaires ? **0,75pt**

EXERCICE 3 : 5 points

Soient f et g les fonctions définies respectivement sur $\mathbb{R} - \{-2\}$ et $\mathbb{R} - \{2\}$ par : $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ et $g(x) = \frac{x-1}{x-2}$. On note respectivement C_f et C_g les courbes représentatives de f et g dans le plan rapporté au repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1. **(a)** Soit $M(x, y)$ un point du plan. On note $M'(x'; y')$ son symétrique par rapport à l'axe des ordonnées. Exprimer x' et y' en fonction de x et y. **0,5pt**
   (b) Montrer que les courbes C_f et C_g sont symétriques par rapport à l'axe $\left(O, \vec{j}\right)$. **0,5pt**

2. **(a)** Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. **0,75pt**

   (b) En déduire le tableau de variation de g. **0,5pt**

3. Soit h la fonction définie par $h(x)=\dfrac{|x|-1}{|x|-2}$. On note C_h sa courbe.

   (a) Quel est le domaine de définition de la fonction h ? **0,25pt**

   (b) Montrer que la courbe C_h est la réunion de parties de C_f et de C_g **0,5pt**

   (c) Etudier la dérivabilité de h au point d'abscisse 0. **1pt**

   (d) Construire avec le plus grand soin la courbe C_h. **1pt**

EXERCICE 4 : 3,25 points

1. Résoudre dans $]-\pi;\pi]$ l'équation $\sqrt{3}\cos\theta-\sin\theta-1=0$. **0,75pt**

2. E est un plan vectoriel dont une base $\mathscr{B}=(\vec{i},\vec{j})$. Soit φ l'endomorphisme de E défini pour tout $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$ de E par $\varphi(\vec{u})=\left[\left(\sqrt{3}\cos\theta-1\right)x+y\sin\theta\right]\vec{i}+(x+y)\vec{j}$ où $\theta\in]-\pi;\pi]$.

   (a) Déterminer la matrice M de φ dans la base $\mathscr{B}$. **0,25pt**

   (b) Déterminer les valeurs de θ pour lesquelles φ est un automorphisme. **0,5pt**

3. Dans cette question, on suppose que $\theta=\dfrac{\pi}{6}$.

   (a) Montrer que $\ker\varphi$ et $\operatorname{Im}\varphi$ sont des droites vectorielles ; en donner des bases $\vec{e_1}$ et $\vec{e_2}$. **1pt**

   (b) On pose $\vec{e_1}=-\vec{i}+\vec{j}$ et $\vec{e_2}=\vec{i}+2\vec{j}$. Montrer que $\mathscr{B}'=(\vec{e_1},\vec{e_2})$ est une base de E puis, écrire la matrice M' de φ dans la base $\mathscr{B}'$. **0,75pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

<u>SITUATION</u> :

On a regroupé les 60 électeurs d'un bureau de vote par tranche d'âges comme l'indique le tableau ci-contre. La moyenne des âges des électeurs de ce bureau de vote est $\dfrac{76}{3}$ et 42 électeurs ont moins de 26 ans. Malencontreusement, certaines données ont été effacées du tableau et on les a remplacé par a, b et c.

Ages	$[18;20[$	$[20;24[$	$[24;26[$	$[26;34[$	$[34;48[$
Effectifs	8	a	b	c	4

Afin de s'y rendre dans ce bureau de vote où il est superviseur des élections **M. ISSA** doit faire un trajet de $50km$ à bord de sa vieille moto. Il roule toujours à la vitesse constante de x kilomètres par heure et sa consommation en carburant est de $(0,4+0,001x^2)$ litre par heure. Le prix d'un litre de carburant est de 530 **FCFA** et il veut que sa consommation soit minimale le long du trajet.

M. ISSA souhaite changer de moto. Pour cela, il emprunte $1.500.000$ **FCFA** dans une tontine. Chaque mois, il rembourse 2% d'intérêts sur le capital restant dû, plus 50.000 **FCFA** de capital.

<u>Tâches</u> :

1. Combien y-a-t'il d'électeurs dont l'âge est compris entre 20 et 24 ans ? **1,5pt**
2. Quel est le coût minimal du trajet de **M. ISSA**? **1,5pt**
3. Quel est le coût de l'emprunt de **M. ISSA** ? **1,5pt**

   <u>Présentation</u> : **0,5pt**