Examen : **Probatoire ZÉRO**
Session : **2020**
Séries : **D et TI**
Épreuve : **MATHÉMATIQUES**
Durée : **3 heures**
Coefficient : **4**

Cette épreuve étalée sur deux pages, est constituée de deux parties indépendantes.

PARTIE A : Évaluation des ressources (15 points)

Exercice 1 : (4 points)

L'unité des longueurs est le centimètre.
$ABCD$ est un rectangle de centre O, de dimension $AB = 6$ et $BC = 8$.
G est le centre de gravité du triangle ABC et I le milieu de $[AB]$.

1) Faire une figure. **(1 pt)**

2) Soit h une application du plan dans lui-même transformant chaque point M en un point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$.

a) Démontrer que h est une homothétie de centre G et de rapport -2. **(0,75 pt)**

b) Quelle est l'image du point B par l'homothétie h ? **(0,5 pt)**

3) Soit (Σ) le lieu des points M du plan tels que $MA^2 - MB^2 = 36$.

a) Démontrer que le point C appartient à (Σ). **(0,5 pt)**

b) Démontrer que (Σ) est une droite qu'on déterminera et qu'on représentera. **(0,75 pt)**

c) Déterminer et représenter l'image (Σ') de (Σ) par l'homothétie h. **(0,5 pt)**

Exercice 2 : (5 points)

On considère la fonction numérique f à variable réelle définie par l'expression $f(x) = \frac{2x+1}{1-x}$.

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. (C_f) est la courbe de f.

1) a) Justifier que l'ensemble D_f de définition de f est $]-\infty;1[\,\cup\,]1;+\infty[$. Calculer les limites de f aux bornes de cet ensemble. **(1,25 pt)**

b) Déterminer les équations des deux asymptotes à la courbe (C_f). **(0,5 pt)**

2) Démontrer que le point $\Omega\binom{1}{-2}$ est un centre de symétrie à la courbe (C_f). **(0,5 pt)**

3) Déterminer pour $x \neq 1$, $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f. **(1 pt)**

4) Tracer avec soin la courbe (C_f). On placera le point d'intersection de (C_f) avec l'axe des abscisses. **(1,25 pt)**

5) On pose pour x appartenant à D_f, $g(x) = \frac{|2x+1|}{1-x}$. Représenter la courbe (C_g) de g. **(0,5 pt)**

Exercice 3 : (3 points)

Une suite (U_n) vérifie l'égalité $U_{n+1} = 2U_n - 2n + 1$ pour n appartenant à $\mathbb{N}$, avec $U_0 = 1$.

1) Calculer U_1, U_2, U_3 et conjecturer la valeur de U_{100}. **(1,25 pt)**

2) Soit k appartenant à $\mathbb{N}$.
Démontrer que si $U_k = 2k + 1$, alors on a $U_{k+1} = 2(k+1) + 1$. **(0,75 pt)**

3) On admet que (U_n) est une suite arithmétique
Calculer la somme $U_0 + U_1 + U_2 + \cdots . + U_n$ en fonction de n uniquement. **(1 pt)**

Exercice 4 : (3 points)

Un mois après le déclenchement de l'épidémie de COVID-19, un pays a dressé le tableau statistique des personnes infectées suivant des tranches d'âges (en années) dans le tableau statistique suivant :

Tranche d'âges (en années)	[0 ; 15[	[15 ; 20[	[20 ; 40[	[40 ; 60[	[60 ; 80[
Effectif des individus touchés	12	16	60	48	16

1) Déterminer l'âge moyen des individus touchés par cette épidémie. **(0,5 pt)**

2) Construire la courbe des effectifs cumulés croissants aussi appelé polygone des effectifs cumulés croissants. **(1,5 pt)**

3) Déterminer l'âge médian des personnes infectées au sein de la population. **(0,5 pt)**

4) Un groupe de deux individus avait été choisi parmi les individus de la tranche d'âges [20 ; 40[pour un traitement expérimental. De combien de façons pouvait-on effectuer un tel choix ?

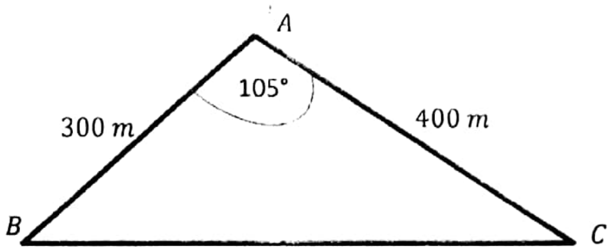
(0,5 pt)

PARTIE B : Évaluation des compétences (5 points)

Situation :

ABOU habite la localité d'Edéa en bordure du fleuve Sanaga. Il a une vieille pirogue à moteur qui lui permet de se déplacer sur la Sanaga. Afin de ménager son moteur ou sa vieille boîte de vitesse, il se déplace chaque fois à vitesse constante pour tout déplacement de plus de 5 km à bord de cette pirogue. Pour un déplacement à vitesse constante v et pendant chaque heure, la consommation de carburant en litres de cette pirogue est $0{,}4 + 0{,}001v^2$.

Dans un village riverain de la Sanaga et situé à $40\,km$ d'Edéa par voie fluviale, ABOU avait acheté un champ. Il voulait sécuriser ce champ en l'entourant de grillage. À bord de sa pirogue et à vitesse constante v, ABOU et son fils ABDEL s'étaient rendus dans ce champ afin de déterminer la longueur du grillage nécessaire pour cette sécurisation. Arrivé au champ, ABDEL a constaté que le champ a la forme d'un triangle ABC avec $AB = 300\,m$ et $AC = 400\,m$. N'ayant pas eu du temps pour mesurer le côté $[BC]$, ABDEL a mesuré l'angle en A de ce triangle tout en promettant à son père perplexe, la valeur exacte de BC une fois de retour à Edéa. (Voir figure ci-contre).



Pour le retour à Edéa, ABDEL a demandé à son père de diminuer sa vitesse de l'aller de $5\,km/h$ et cette diminution leur a permis de réduire la consommation de carburant de l'aller de $4\,cl$.

Tâches

1) Déterminer la vitesse qu'ABOU aurait dû adopter d'Edéa au champ, pour avoir une consommation minimale de carburant à l'aller. **(1,5 pt)**

2) Déterminer la vitesse de la pirogue qu'avait adopté ABOU à aller. **(1,5 pt)**

3) Déterminer en mètres, la longueur exacte du grillage nécessaire pour entourer complètement le champ. **(1,5 pt)**

Présentation : **(0,5 pt)**