Examen : **PROBATOIRE BLANC**
Session : **2022**
Epreuve : **Mathématiques**
Série : **C / E**
Durée : **3h**
Coefficient : **6 (C) / 5 (E)**

L'épreuve est notée sur 20 et comporte deux parties A et B réparties sur deux pages.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

EXERCICE 1 : (3 points)

Trois amies Adèle, Sylvie et Sophie se rendent dans un supermarché pour acheter des articles.

Adèle achète 3 biscuits, 5 chocolats et un yaourt. Elle paie 1700 **FCFA**.

Sylvie achète un biscuit, 2 chocolats et 3 yaourts. Elle paie 1300 **FCFA**.

Sophie achète 2 biscuits, un chocolat et 5 yaourts. Elle paie 1750 **FCFA**.

On désigne respectivement par x, y et z les prix d'un biscuit, d'un chocolat et d'un yaourt.

1. Détermine le système d'équations linéaires lié à cette situation. **1,5pt**
2. Détermine le prix de chaque article acheté. **1,5pt**

EXERCICE 2 : (4,5 points)

On considère la fonction numérique f définie par $f(x) = x + \dfrac{4}{x-1}$.

(C_f) désigne la courbe de f dans le repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique $1\,cm$.

1. **(a)** Calcule les limites de f en $+\infty, -\infty, 1^+$ et 1^-. **1pt**

   (b) Déduis-en une équation de l'asymptote verticale. **0,25pt**
2. Etudie les variations de f, puis dresse son tableau des variations. **1,25pt**
3. **(a)** Montre que la droite $(d): y = x$ est asymptote oblique à la courbe (C_f). **0,5pt**

   (b) Etudie la position relative de (C_f) par rapport à la droite (d). **0,5pt**
4. Trace la courbe (C_f) et ses asymptotes. **1pt**

EXERCICE 3 : (4 points)

E est un espace vectoriel réel de dimension 2, dont une base est $\mathscr{B} = (\vec{i}, \vec{j})$.

Soit f l'endomorphisme de E défini par : $f(\vec{i}) = 2\vec{i} - \vec{j}$ et $f(\vec{j}) = \vec{i} + 2\vec{j}$.

1. Donne la matrice A de f dans la base $\mathscr{B}$. **0,5pt**
2. Montre que f est un automorphisme de E. **0,5pt**
3. I_2 et O_2 désignent respectivement la matrice unité et la matrice nulle d'ordre 2.
   Montre que $A^2 - 4A + 5I_2 = O_2$. **1pt**
4. Montre que l'inverse de la matrice A est $\dfrac{1}{5}(4I_2 - A)$. **0,75pt**
5. On pose $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / 2x + y - z = 0\}$.

   (a) Montre que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$. **0,75pt**

   (b) Montre que F est engendré par $u = (1, 0, 2)$ et $v = (0, 1, 1)$. **0,5pt**

EXERCICE 4 : (3,5 points)

Dans le plan, on donne les points A et B tels que $AB = 12cm$ et on considère (T) l'ensemble des points M du plan tels que $AM^2 + BM^2 = 144$.

1. Soit H le milieu du segment $[AB]$.
   Montre que $AM^2 + BM^2 = 144$ équivaut à $HM^2 = 36$. **1pt**
2. **(a)** Détermine la nature de (T) et ses éléments caractéristiques. **0,75pt**
   (b) Construis (T). **0,25pt**
3. Soit (d) la médiatrice de $[AB]$. (d) coupe (T) en F et K.
   (a) Calcule KB. **0,5pt**
   (b) Donne la nature exacte du quadrilatère $AKBF$. **0,5pt**
   (c) Calcule l'aire du quadrilatère $AKBF$. **0,5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

SITUATION :

Soit n un entier plus grand que 2 et T_n un tableau carré possédant n lignes et n colonnes telles que les entiers compris entre 1 et n^2 apparaissent **une fois et une seule** dans le tableau T_n. Le tableau T_n est dit **magique** si la somme des éléments d'une ligne quelconque est la même que la somme des éléments d'une colonne quelconque et la même que la somme des éléments d'une diagonale quelconque. Dans ce cas, cette somme commune est appelée somme **magique** du tableau magique T_n.

Le club scientifique d'un Lycée organise des olympiades pour les élèves des premières scientifiques. Lors de ces olympiades, deux questions sont posées et seront primés les trois premiers élèves qui répondront correctement à l'une de ces deux questions. Pour motiver davantage les participants, le président du club scientifique ajoute une question bonus. Voici les questions posées :

1) Quelle est la somme de tous les éléments du tableau T_n ?
2) De combien de façons possibles peut-on remplir une diagonale du tableau non magique T_5 ?
3) La construction du carré magique T_3 possédant le nombre 1 sur la colonne la plus à gauche ou la plus à droite rapporte 2500 **FCFA**. Ci-contre est proposé en exemple par les organisateurs, un carré magique T_3.

4	**9**	**2**
3	**5**	**7**
8	**1**	**6**

Denis, élève de **1ère D** participant à ces olympiades remet sa copie avec les réponses suivantes : a) $\frac{1}{2}n^2(n+1)$ **b)** Néant **c)** Néant

Chantale, élève de **1ère C** participant à ces olympiades remet sa copie avec les réponses suivantes : **a)** Néant **b)** 255024 façons possibles **c)** Néant.

Tâches :

1. Denis pourra-t-il être primé par les organisateurs ? **1,5pt**
2. Chantale pourra-t-elle recevoir un prix ? **1,5pt**
3. Quel est le gain maximal d'un élève répondant seulement à la question 3) ? **1,5pt**

Présentation : 0,5pt