

**Partie A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15 points)**

Cette partie est constituée de trois exercices indépendants numérotés de 1 à 3.

**Exercice 1 : (4 points)**

On considère la fonction numérique  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 36x^2 - 2x^3$

1. Montrer que  $f$  est une solution sur  $\mathbb{R}$  de l'équation différentielle (E) :  
 $36y'' + 6y' + y = 2592 - 2x^3$  1pt
2. Étudier les variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0, 18]$  et déterminer la valeur de  $x$  pour laquelle  $f$  atteint son maximum sur cet intervalle. 1,5pt
3. Une région reçoit 36 doses de vaccin à la COVID-19 dont  $n$  doses proviennent d'une firme A,  $n$  doses proviennent d'une firme B et le reste d'une firme C (avec  $1 \leq n \leq 17$ ). On tire au hasard et simultanément 3 doses de vaccin du lot.
  - a) Démontrer que le nombre de tirages donnant une dose de chaque firme est  $f(n)$ . 0,5pt
  - b) Soit  $P(n)$  la probabilité de tirer une dose de chaque firme. Exprimer  $P(n)$  à l'aide de  $f(n)$  et en déduire la valeur de  $n$  pour laquelle  $P(n)$  est maximale. 1pt

**Exercice 2 : (5 points)**

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ . On considère dans  $\mathbb{C}$  l'équation :

$$(E): z^3 - (6 + i\sqrt{3})z^2 + (11 + 4i\sqrt{3})z - 6 - 3i\sqrt{3} = 0$$

1. Montrer que l'équation (E)  $\Leftrightarrow (z^2 - 4z + 3)(z - 2 - i\sqrt{3}) = 0$ . 0,5pt
2. Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation (E). 0,75pt
3. On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives 3,  $2 + i\sqrt{3}$ , 7 et  $11 + 4i\sqrt{3}$ .
  - a) Démontrer que le triangle IAB est équilatéral. 0,5pt
  - b) Soit  $r$  la rotation de centre le point F et d'angle  $\frac{\pi}{3}$ ; d'écriture complexe :

$$z' = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z + \frac{3}{2} + 2\sqrt{3} + \left(2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)i$$

Déterminer l'affixe du point F et montrer que  $r(C)=D$ , en déduire alors que le triangle DFC est équilatéral. 1,5pt

- c) Déterminer l'écriture complexe de l'homothétie  $h$  qui transforme I en D et B en C. 1pt
- d) Déterminer l'expression complexe de la transformation  $S = \text{hor}$ . 0,75pt

**Exercice 3 (4,25 points)**

On définit les fonctions  $h$  et  $k$  sur  $]0, +\infty[$  par :  $h(x) = e^{\frac{x+1}{x}}$  et  $k(x) = -x + x \ln x$ .

1. Démontrer que l'équation  $k(x) = 1$  admet une unique solution  $\alpha$  dans  $[3; 4]$ . 1pt
2. Démontrer que  $k(x) = 1$  si et seulement si  $h(x) = x$ . 0,25pt
3. Démontrer que pour tout  $x$  élément de  $[3; 4]$ ,  $h(x)$  est aussi un élément de  $[3; 4]$ . 0,5pt
4. Démontrer que  $|h'(x)| \leq \frac{1}{2}$  pour tout  $x$  élément de  $[3; 4]$ . 0,5pt
5. Soit  $U$  la suite définie par : 
$$\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = h(U_n), n \in \mathbb{N} \end{cases}$$
  - a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$ ,  $U_n \in [3; 4]$ . 0,5pt
  - b) Démontrer que pour tout entier naturel  $n$ ,  $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|U_n - \alpha|$ . 0,5pt

- c) En déduire que pour tout entier naturel  $n$ ,  $|U_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$ . 0,5pt
- d) Démontrer que la suite  $U$  est convergente et déterminer sa limite. 0,5pt

### Partie B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (6,75 points)

#### Situation :

Une réserve naturelle contient essentiellement trois espèces de singes : des macaques ; des orang-outans et des chimpanzés. Les relevés topographiques de cette réserve naturelle simulés dans un laboratoire montrent que celle-ci est limitée dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$  à l'échelle 1cm pour 4 km, par la courbe  $(C)$  d'équation  $y = x^3 - 3x^2 + 4$ , la droite  $(OI)$  et les droites  $(D_1)$  et  $(D_2)$  d'équations respectives  $x = -1$  et  $x = 2$ .

Deux routes rectilignes assimilées aux droites  $(OJ)$  et  $(D)$  d'équation  $x = 1$  divisent la réserve en trois sites distincts :

Le site A contenant des macaques est délimité par la courbe  $(C)$ , les droites  $(OI)$ ,  $(D_1)$  et  $(OJ)$ .

Le site B contenant des orang-outans est délimité par la courbe  $(C)$ , les droites  $(OI)$ ,  $(OJ)$  et  $(D)$ .

Le site C contenant des chimpanzés est délimité par la courbe  $(C)$ , les droites  $(OI)$ ,  $(D)$  et  $(D_2)$ .

La densité de la population de macaques est de 15 macaques par  $km^2$ , celle d'orang-outans est de 10 orang-outans par  $km^2$  et celle des chimpanzés est de 12 chimpanzés par  $km^2$ . Pour protéger certains animaux de la réserve contre les zoonoses (maladies des bêtes), les chercheurs les vaccinent 3 fois. La première vaccination nécessite 1,136 litre de vaccin. La deuxième nécessite 1,54 litre. Les doses de vaccin (en millilitres) par animal sont données par le tableau suivant :

	Macaque	Orang-outang	chimpanzé
1 <sup>ère</sup> dose de vaccin	2ml	1ml	3ml
2 <sup>ème</sup> dose de vaccin	2ml	3ml	4ml
3 <sup>ème</sup> dose de vaccin	2ml	5ml	5ml

Dans la réserve, 15% de chimpanzés ont une maladie  $M_1$ . Parmi les chimpanzés atteints par la maladie  $M_1$ , 20% ont une maladie  $M_2$  et parmi les chimpanzés non atteints par la maladie  $M_1$ , 4% ont la maladie  $M_2$ . On choisit un chimpanzé au hasard pour une étude dans un laboratoire.

#### Tâches :

1. Déterminer le nombre d'animaux de cette réserve. 2,25pts
2. Déterminer le volume de vaccin en litres nécessaire pour la 3<sup>ème</sup> vaccination. 2,25pts
3. Déterminer la probabilité pour que le chimpanzé choisi soit atteint de la maladie  $M_2$ . 2,25pts

OFFICE DU BACCALAUREAT DU  
CAMEROUN

.....  
DIRECTION  
.....

DIVISION DES EXAMENS



République du Cameroun

.....  
Paix – Travail - Patrie  
.....

CORRIGE HARMONISE NATIONAL

EXAMEN : BACCALAURÉAT  
EPREUVE : MATHÉMATIQUES  
SERIE : D – TI

SESSION: 2021  
DUREE: 4H  
COEFFICIENT: 4

REFERENCES	SOLUTIONS	BARÈMES	COMMENTAIRES							
	<b>Partie A : ÉVALUATIONS DES RESSOURCES</b>									
EXERCICE 1	1. On donne la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 36x^2 - 2x^3$ Montrons que $f$ est une solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle (E): $36y'' + 6y' + y = 2592 - 2x^3$ Nous avons $f(x) = 36x^2 - 2x^3$ , $f'(x) = 72x - 6x^2$ et $f''(x) = 72 - 12x$ Pour tout $x \in \mathbb{R}$ , on a : $36f''(x) + 6f'(x) + f(x) = 36(72 - 12x) + 6(72x - 6x^2) + 36x^2 - 2x^3$ $= 2592 - 432x + 432x - 36x^2 + 36x^2 - 2x^3$ $= 2592 - 2x^3. f \text{ est donc une solution de l'équation différentielle (E).}$	(1pt)	0,25 pt par dérivée 0,5 pt pour la démarche							
	2. Étudions les variations de $f$ sur l'intervalle $[0, 18]$ et déterminons la valeur de $x$ pour laquelle $f$ atteint son maximum On a : $f'(x) = 72x - 6x^2 = 6x(12 - x)$ . Et $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 12$ . D'où : <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>0</td> <td>12</td> <td>18</td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0 -</td> </tr> </table> $f$ est strictement croissante sur $[0, 12]$ et strictement décroissante sur $[12, 18]$ .	$x$	0	12	18	$f'(x)$	0	+	0 -	(1.5pt)
$x$	0	12	18							
$f'(x)$	0	+	0 -							

EXERCICE 1 (Suite)	2. (Suite)	$f$ étant croissante sur $[0,12]$ et décroissante sur $[12,18]$ , alors $f(12)$ est le maximum de $f$ sur $[0,18]$ . La fonction $f$ atteint donc sur $[0,18]$ , le maximum en $x = 12$ .		
	3.a)	<b>Démontrons que le nombre de tirages donnant une dose de chaque firme est <math>f(n)</math></b> On choisit <i>une</i> dose par firme A, B et C. Ces firmes ayant respectivement $n$ , $n$ et $36 - 2n$ dose. Le tirage étant simultané, le nombre de tirages possibles donnant une dose de chaque firme est : $C_n^1 \times C_n^1 \times C_{36-2n}^1 = n^2(36 - 2n) = f(n) \blacksquare$	(0.5pt)	0,25 pt pour la démarche 0,25 pt pour le résultat
	3.b)	<b>Donnons l'expression de <math>P(n)</math> en fonction de <math>f(n)</math> et déterminons la valeur de <math>n</math> pour laquelle <math>P(n)</math> est maximale</b> $P(n)$ est la probabilité de tirer une dose de chaque firme. D'où $P(n) = \frac{C_n^1 \times C_n^1 \times C_{36-2n}^1}{C_{36}^3} = \frac{f(n)}{7140}$ . La valeur de $n$ qui rend $P(n)$ maximale est la même que celle qui rend $f(n)$ maximale. Et d'après la question 2., une telle valeur de $n$ est 12.	(1pt)	0,5 pt pour la démarche 0,5 pt pour le résultat
EXERCICE 2		$(O, I, J)$ est un repère orthonormé du plan. On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E) : z^3 - (6 + i\sqrt{3})z^2 + (11 + 4i\sqrt{3})z - 6 - 3i\sqrt{3} = 0$		
	1.	<b>Montrons que l'équation <math>(E) \Leftrightarrow (z^2 - 4z + 3)(z - 2 - i\sqrt{3}) = 0</math></b> Soit $P(z) = (z^2 - 4z + 3)(z - 2 - i\sqrt{3})$ . On a : $P(z) = (z^2 - 4z + 3)(z - 2 - i\sqrt{3})$ $= z^3 - 2z^2 - i\sqrt{3}z^2 - 4z^2 + 8z + 4i\sqrt{3}z + 3z - 6 - 3i\sqrt{3} = 0$ $= z^3 - (6 + i\sqrt{3})z^2 + (11 + 4i\sqrt{3})z - 6 - 3i\sqrt{3}$ D'où l'équivalence attendue.	(0.5pt)	NB : apprécier toute autre méthode
	2.	<b>Résolvons dans <math>\mathbb{C}</math> l'équation (E)</b> $(E) \Leftrightarrow (z^2 - 4z + 3)(z - 2 - i\sqrt{3}) = 0$ $\Leftrightarrow z = 2 + i\sqrt{3} \text{ ou } z^2 - 4z + 3 = 0$ Or $z^2 - 4z + 3$ de discriminant $\Delta = 4$ , a pour racine 1 et 3. L'ensemble solution de l'équation (E) est donc $\{1, 3, 2 + i\sqrt{3}\}$ .	(0.75pt)	0,25 pt pour chaque solution trouvée
3.a)	On donne les points A, B, C et D d'affixes respectives $z_A = 3$ , $z_B = 2 + i\sqrt{3}$ , $z_C = 7$ et $z_D = 11 + 4i\sqrt{3}$ <b>Démontrons que le triangle IAB est équilatéral</b>			

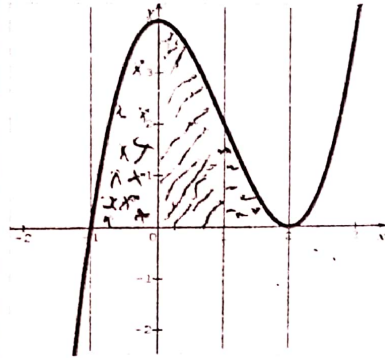
<b>EXERCICE 2</b> (Suite)	3.a)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>Première approche</u> : On a : <math>IA =  z_A - z_I  =  3 - 1  = 2</math>, <math>IB =  z_B - z_I  =  1 + i\sqrt{3}  = 2</math> et <math>AB =  z_B - z_A  =  2 + i\sqrt{3} - 3  =  -1 + i\sqrt{3}  = 2</math>. D'où <math>AI = IB = AB</math>. <math>IAB</math> est donc un triangle équilatéral.</li> <li>• <u>Deuxième approche</u> : on a <math>\frac{z_B - z_I}{z_A - z_I} = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} = e^{i\frac{\pi}{3}}</math>. De cette relation, on a <math>AI = IB</math> et <math>\text{mes}(\widehat{IA, IB}) = 60^\circ</math>. <math>IAB</math> est donc un triangle équilatéral.</li> </ul>	(0.5pt)	0,25pt pour la méthode 0,25pt pour des bons calculs
	3.b)	<b>Déterminons l'affixe du point <math>F</math> centre de la rotation et montrons que <math>r(C) = D</math></b> - La rotation $r$ a pour expression complexe $z' = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z + 2\sqrt{3} + \frac{3}{2} + \left(2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)i$ . Comme $F$ est le centre de $r$ , on a $r(F) = F$ . D'où $z_F = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z_F + 2\sqrt{3} + \frac{3}{2} + \left(2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)i$ et donc : $z_F = \frac{(3+4\sqrt{3})+i(4-3\sqrt{3})}{1-i\sqrt{3}} = \frac{[(3+4\sqrt{3})+i(4-3\sqrt{3})](1+i\sqrt{3})}{4} = \frac{12+16i}{4} = 3 + 4i$ - On pourra remarquer à travers des calculs que $r(C) \neq D$	(1.5pt)	0,5pt pour l'affixe de $F$  1 pt pour le reste à attribuer à tous les candidats présents  NB : Tenir compte des autres méthodes dans la recherche de $z_F$
	3.c)	<b>Donnons l'expression complexe de l'homothétie <math>h</math> telle <math>h(I) = D</math> et <math>h(B) = C</math></b> L'homothétie $h$ a pour expression complexe : $z' = az + b$ (où $a \in \mathbb{R}$ ) $h(I) = D \Leftrightarrow a + b = 11 + 4i\sqrt{3}$ et $h(B) = C \Leftrightarrow a(2 + i\sqrt{3}) + b = 7$ D'où le système : $\begin{cases} a + b = 11 + 4i\sqrt{3} \\ a(2 + i\sqrt{3}) + b = 7 \end{cases}$ Ce qui donne : $\begin{cases} a = -4 \\ b = 15 + 4i\sqrt{3} \end{cases}$ $z' = -4z + 15 + 4i\sqrt{3}$ est l'expression complexe de $h$ .	(1pt)	0,5 pt pour chaque constante trouvée NB : apprécier toute autre méthode
	3.d)	<b>Déterminons l'expression complexe de <math>s = h \circ r</math></b> $r$ a pour expression complexe $z' = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z + 2\sqrt{3} + \frac{3}{2} + \left(2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)i$ et celle de $h$ est $z' = -4z + 15 + 4i\sqrt{3}$ ; Celle de $s = h \circ r$ est donc $z' = -4 \left[ \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z + 2\sqrt{3} + \frac{3}{2} + \left(2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)i \right] + 15 + 4i\sqrt{3}$ $= (-2 - 2i\sqrt{3})z + 9 - 8\sqrt{3} + i(-8 + 10\sqrt{3})$	(0.75pt)	0,5 pt pour la première ligne du calcul 0,25 pt pour le résultat
<b>EXERCICE 3</b>		On donne $h(x) = e^{\frac{x+1}{x}}$ et $k(x) = -x + x \ln x$ définies sur $]0, +\infty[$		

	1.	<p>Démontrons que l'équation <math>k(x) = 1</math> admet une unique solution <math>\alpha \in [3, 4]</math></p> <p>la fonction <math>k</math> est dérivable sur <math>]0, +\infty[</math> et <math>k'(x) = -1 + 1 + \ln x = \ln x</math>.</p> <p>D'où <math>k'(x) &gt; 0</math> pour <math>x</math> appartenant à l'intervalle <math>[3, 4]</math>.</p> <p><math>k</math> est continue et strictement croissante sur <math>[3, 4]</math> avec 1 appartenant à <math>k([3, 4]) = [k(3), k(4)] = [-3 + 3\ln 3, -4 + 4\ln 4]</math> puisque <math>-3 + 3\ln 3 = 0,29 \dots</math> et <math>-4 + 4\ln 4 = 1,54 \dots</math>. L'équation <math>k(x) = 1</math> admet alors une unique solution <math>\alpha</math> appartenant à l'intervalle <math>[3, 4]</math>.</p>	(1pt)	<p>0,25 pt pour le calcul de la dérivée</p> <p>0,25 pt pour le sens de variation.</p> <p>0,25 pt pour les hypothèses du TVI</p> <p>0,25 pt pour la conclusion</p> <p>NB : Apprécier les autres démarches</p>
EXERCICE 3	2.	<p>Démontrons que <math>k(x) = 1</math> si et seulement si <math>h(x) = x</math></p> <p>Soit <math>x &gt; 0</math>. On a : <math>k(x) = 1 \Leftrightarrow -x + x \ln x = 1</math></p> $\Leftrightarrow \ln x = \frac{x+1}{x}$ $\Leftrightarrow x = e^{\frac{x+1}{x}}$ $\Leftrightarrow h(x) = x.$	(0.25pt)	
	3.	<p>Démontrons que si <math>x \in [3, 4]</math>, alors <math>h(x) \in [3, 4]</math></p> <p>Soit <math>x \in [3, 4]</math>. <math>h</math> est une fonction dérivable sur <math>[3, 4]</math> et <math>h'(x) = \frac{-1}{x^2} e^{\frac{x+1}{x}} &lt; 0</math>. <math>h</math> est donc strictement décroissante sur <math>[3, 4]</math>. De <math>3 \leq x \leq 4</math>, on a <math>h(4) \leq h(x) \leq h(3)</math> soit <math>e^{\frac{5}{4}} \leq h(x) \leq e^{\frac{4}{3}}</math>. D'où <math>3,49 \leq h(x) \leq 3,80</math> et donc <math>3 \leq h(x) \leq 4</math>.</p>	(0.5pt)	<p>0,25 pt pour le calcul de la dérivée de <math>h</math></p> <p>0,25 pt pour la démarche</p>
	4.	<p>Démontrons que <math> h'(x)  \leq \frac{1}{2}</math> pour tout <math>x \in [3, 4]</math></p> <p>On a <math>h'(x) = \frac{-1}{x^2} h(x)</math> et donc <math> h'(x)  = \frac{h(x)}{x^2}</math>.</p> <p><math>3 \leq x \leq 4</math> entraîne <math>\frac{1}{16} \leq \frac{1}{x^2} \leq \frac{1}{9}</math> et <math>3 \leq h(x) \leq 4</math>. D'où <math>\frac{3}{16} \leq \frac{1}{x^2} h(x) \leq \frac{4}{9}</math></p> <p>C'est-à-dire <math>\frac{3}{16} \leq  h'(x)  \leq \frac{4}{9}</math>. D'où <math> h'(x)  \leq \frac{1}{2}</math> car <math>\frac{4}{9} \leq \frac{1}{2}</math>.</p>	(0.5pt)	Tenir compte des autres démarches
	5.	On donne la suite $U$ définie par $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = h(u_n)$		
	5.a)	<p>Démontrons que pour tout <math>n \in \mathbb{N}</math>, <math>u_n \in [3, 4]</math></p> <p>Procédons par récurrence.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Au rang <math>n = 0</math>, on a <math>u_n = u_0 = 3</math> appartenant à <math>[3, 4]</math>.</li> <li>- Soit <math>n \in \mathbb{N}</math>. Supposons que <math>u_n \in [3, 4]</math>. On a d'après la question 3, on a <math>h(u_n) \in [3, 4]</math>. D'où <math>u_{n+1} \in [3, 4]</math>.</li> </ul> <p>Conclusion : Pour tout <math>n \in \mathbb{N}</math>, <math>u_n \in [3, 4]</math>.</p>	(0.5pt)	<p>0,25 pt pour le rang initial</p> <p>0,25 pt pour le reste</p>
5.b)	Démontrons que pour tout $n \in \mathbb{N}$ , $ u_{n+1} - \alpha  \leq \frac{1}{2}  u_n - \alpha $		0,25 pt pour le	

		<p>Pour tout <math>n \in \mathbb{N}</math>, <math>u_n \in [3, 4]</math>, <math>\alpha \in [3, 4]</math> et <math> h'(x)  \leq \frac{1}{2}</math> pour <math>x</math> appartenant à <math>[3, 4]</math>. Des Inégalités des Accroissements Finis, on a alors <math> h(u_n) - h(\alpha)  \leq \frac{1}{2} u_n - \alpha </math>. Or <math>u_{n+1} = h(u_n)</math> et <math>h(\alpha) = \alpha</math> car <math>k(\alpha) = 1</math>; donc <math> u_{n+1} - \alpha  \leq \frac{1}{2} u_n - \alpha </math>.</p>	(0.5pt)	0,25 pt pour le choix d'une bonne propriété à utiliser 0,5 pt pour la bonne utilisation																
	5.c)	<p>Déduisons-en que pour tout <math>n \in \mathbb{N}</math> <math> u_{n+1} - \alpha  \leq (\frac{1}{2})^n</math> Procédons par récurrence. - Au rang <math>n = 0</math>, on a <math> u_n - \alpha  =  u_0 - \alpha  =  3 - \alpha  \leq  3 - 4 </math> car <math>\alpha \in [3, 4]</math>. D'où <math> u_n - \alpha  \leq (\frac{1}{2})^n</math> pour <math>n = 0</math>. - Soit <math>n \in \mathbb{N}</math>. Supposons que <math> u_n - \alpha  \leq (\frac{1}{2})^n</math>. D'après la question 5.b), on a <math> u_{n+1} - \alpha  \leq \frac{1}{2} u_n - \alpha </math>. Ce qui entraîne <math> u_{n+1} - \alpha  \leq \frac{1}{2}(\frac{1}{2})^n \leq (\frac{1}{2})^{n+1}</math>. D'où <math> u_n - \alpha  \leq (\frac{1}{2})^n</math></p>	(0.5pt)	0,25 pt pour le rang initial 0,25 pt pour le reste																
EXERCICE 3	5.d)	<p>Démontrons que la suite <math>u</math> est convergente et déterminons sa limite On a <math> u_n - \alpha  \leq (\frac{1}{2})^n</math> où la suite <math>((\frac{1}{2})^n)</math> converge vers 0; Par la propriété d'encadrement, on en déduit que <math>(u_n)</math> converge vers <math>\alpha</math>.</p>	(0.5pt)	0,25 pt pour la l'utilisation d'une propriété utile 0,25 pt pour la limite																
<b>Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES</b>																				
REFERENCES	<b>SOLUTIONS</b>			<b>BAREMES</b>	<b>COMMENTAIRES</b>															
TÂCHE 1	<p>Déterminons les nombre d'animaux de cette réserve On procédera par les étapes suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>On étudie les variations de la fonction <math>g</math> définie sur <math>[-1, +\infty[</math> par : <math>g(x) = x^3 - 3x^2 + 4</math>. La fonction <math>g</math> est une fonction polynôme, elle est donc dérivable sur <math>\mathbb{R}</math>. Sa dérivée est <math>g'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)</math>. Les solutions de l'équation <math>g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0</math> ou <math>x = 2</math>. Le tableau de variation de <math>g</math></li> </ul> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>2</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>g'(x)</math></td> <td></td> <td>+</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td></td> <td>4</td> <td>0</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table>			$x$	-1	0	2	$+\infty$	$g'(x)$		+	-	+	$g(x)$		4	0	$+\infty$	(2.25pt)	<p>Interprétation : 0,25 pt pour l'idée d'étudier la fonction et de construire la courbe 0,25 pt pour l'idée de calculer les aires 0,25 pt pour l'idée d'utiliser la densité Utilisation correcte des outils : 0,25 pt pour le tableau de variations et courbe ; 0,25 pt dès qu'une des 3 aires est trouvée</p>
$x$	-1	0	2	$+\infty$																
$g'(x)$		+	-	+																
$g(x)$		4	0	$+\infty$																

TÂCHE 1

- On construit la courbe représentative (C) de  $g$  pour identifier les aires



- Calculons les aires  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A_3$  occupées respectivement par les macaques, les orang-outans et des chimpanzés (en unités d'aires)

$$A_1 = \int_{-1}^0 g(x) dx = \left[ \frac{1}{4}x^4 - x^3 + 4x \right]_{-1}^0 = \frac{11}{4} \quad \text{Donc } A_1 = 44 \text{ km}^2,$$

$$A_2 = \int_0^1 g(x) dx = \left[ \frac{1}{4}x^4 - x^3 + 4x \right]_0^1 = \frac{13}{4} \quad \text{Donc } A_2 = 52 \text{ km}^2$$

$$A_3 = \int_1^2 g(x) dx = \left[ \frac{1}{4}x^4 - x^3 + 4x \right]_1^2 = \frac{3}{4} \quad \text{Donc } A_3 = 12 \text{ km}^2$$

- On calcule le nombre d'animaux de la réserve en fonction des aires  
 Le nombre de macaques est :  $N_1 = 15 \times 44 = 660$   
 Le nombre des orang-outangs est :  $N_2 = 10 \times 52 = 520$   
 Le nombre de chimpanzés est de :  $N_3 = 12 \times 12 = 144$   
 Le nombre total d'animaux de la réserve est donc  $N = N_1 + N_2 + N_3 = 1324$

0,25 pt dès que le nombre d'animaux d'un des 3 espaces est trouvé

Cohérence :

0,5 pt pour une bonne organisation des différents calculs

0,25 pt pour une conclusion donnant un nombre total d'animaux

TÂCHE 2

**Déterminons le volume de vaccin nécessaire pour la troisième vaccination**

Soient  $x, y$  et  $z$  le nombre respectif de macaques, des orang outans et des chimpanzés qui doivent être vaccinés et soit  $D$  la troisième dose administrée aux animaux.

La première dose est traduite par la relation :  $2x + y + 3z = 1136 \quad E_1$

La deuxième dose est traduite par la relation :  $2x + 3y + 4z = 1540 \quad E_2$

La troisième dose est traduite par la relation :  $2x + 5y + 5z = D \quad E_3$

En effectuant la différence  $E_1 - E_2$ , on obtient la relation :  $2y + z = 404$

En effectuant la différence  $E_3 - E_2$ , on obtient la relation :  $2y + z = D - 1540$

De ces deux dernières relations, on a  $D - 1540 = 404$ . La dose cherchée est donc

$$D = 1540 + 404 = 1944 \text{ ml} = 1,944 \text{ l.}$$

(2.25pt)

Interprétation :

0,25 pt par équation posée

Utilisation correcte des outils :

0,5 pt pour l'obtention de la troisième dose à partir de ses équations

0,25 pt pour la conversion du son résultat.

Cohérence :

0,5 pt pour la méthode de résolution

0,25 pt pour la bonne utilisation de sa méthode



TÂCHE 2

**2<sup>e</sup> Approche :**

Déterminer  $x$  et  $y$  en fonction de  $z$  à partir des égalités  $E_1$  et  $E_2$  puis remplacer ces derniers dans l'égalité  $E_3$  pour avoir  $D = 2x + 5y + 5z = \dots = 1944$ .

**3<sup>e</sup> Approche :**

$$2x + y + 3z = 1136 \quad E_1$$

On a la situation suivante :  $2x + 3y + 4z = 1540 \quad E_2$

$$2x + 5y + 5z = ? \quad E_3'$$

La combinaison linéaire  $2E_2 - E_1$  donne  $2x + 5y + 5z = 2(1540) - (1136)$

$D$ . Et donc  $D = 1944 \text{ ml}$

Même gestion des points

TÂCHE 3

Déterminons la probabilité pour que le chimpanzé choisi soit atteint de la maladie  $M_2$

On note  $\overline{M}_1$  l'événement : ne pas avoir la maladie  $M_1$ . Les probabilités sonnées sont les

suivantes :  $p(M_1) = \frac{15}{100}$ ,  $p(M_2/M_1) = \frac{20}{100}$  et  $p(M_2/\overline{M}_1) = \frac{4}{100}$

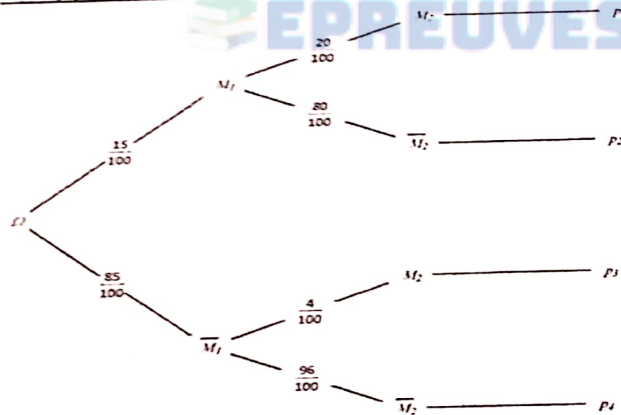
$M_2 = (M_1 \cap M_2) \cup (\overline{M}_1 \cap M_2)$  où  $(\overline{M}_1 \cap M_2)$  et  $(M_1 \cap M_2)$  sont disjoints

On a la probabilité  $p(M_2) = p(M_1 \cap M_2) + p(\overline{M}_1 \cap M_2)$

$$= p(M_2/M_1) \times p(M_1) + p(M_2/\overline{M}_1) \times p(\overline{M}_1)$$

$$= \frac{20}{100} \times \frac{15}{100} + \frac{4}{100} \times \frac{85}{100} = \frac{640}{10000} = 0,064$$

**2<sup>e</sup> Approche :** Utilisation d'un arbre de probabilités



La probabilité attendue est :  $p_1 + p_3 = \frac{15}{100} \times \frac{20}{100} + \frac{85}{100} \times \frac{4}{100} = \frac{640}{10000} = 0,064$ .

(2.25pt)

**Interprétation :**

0,5 pt pour l'idée d'utiliser la probabilité conditionnelle  
0,25 pour une bonne interprétation de l'une des données

**Utilisation correcte des outils :**

0,5 pt pour une bonne expression de  $p(M_2)$

0,25 pour un résultat correct

**Cohérence :**

0,5 pt pour un calcul cohérent à partir d'une expression de

$p(M_2)$

0,25 pt pour une bonne présentation des calculs

**Pour la 2<sup>e</sup> approche :**

.. 0,5 pt pour l'idée d'utiliser un arbre de choix et 0,25 pt pour la réalisation d'un arbre

.. 0,75 pt pour le remplissage de l'arbre. (0,25 pt par paire de branches issue de chacun des trois nœuds)

.. 0,75 pt pour les calculs (0,25ptx3 pour  $p_1$ ,  $p_2$  et  $p_1 + p_3$ )

NB : Ne pas noter doublement un candidat s'il a utilisé les deux approches. (Considérer l'approche rapportant le maximum de points)

Yaoundé le : .....

Le Président du Jury d'Harmonisations

*Abdou Koumteghame*  
Tel : 6 99 89 7923  
ou 6 776 955 56

7/7