Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : **Baccalauréat**
Session : **2021**
Série : **D-TI**
Épreuve : **Mathématiques**
Durée : **4h ;** Coefficient : **4**

Partie A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

Cette partie est constituée de trois exercices indépendants numérotés de 1 à 3.

Exercice 1 : (4 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 36x^2 - 2x^3$

1. Montrer que f est une solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle (E) :
$36y'' + 6y' + y = 2592 - 2x^3$ **1pt**
2. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0, 18]$ et déterminer la valeur de x pour laquelle f atteint son maximum sur cet intervalle. **1,5pt**
3. Une région reçoit 36 doses de vaccin à la COVID-19 dont n doses proviennent d'une firme A, n doses proviennent d'une firme B et le reste d'une firme C(avec $1 \leq n \leq 17$). On tire au hasard et simultanément 3 doses de vaccin du lot.

a) Démontrer que le nombre de tirages donnant une dose de chaque firme est $f(n)$. **0,5pt**

b) Soit $P(n)$ la probabilité de tirer une dose de chaque firme. Exprimer $P(n)$ à l'aide de $f(n)$ et en déduire la valeur de n pour laquelle $P(n)$ est maximale. **1pt**

Exercice 2 : (5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation :

$$(E): z^3 - (6 + i\sqrt{3})z^2 + (11 + 4i\sqrt{3})z - 6 - 3i\sqrt{3} = 0$$

1. Montrer que l'équation $(E) \Leftrightarrow (z^2 - 4z + 3)(z - 2 - i\sqrt{3}) = 0$. **0,5pt**
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E). **0,75pt**
3. On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives 3, $2 + i\sqrt{3}$, 7 et $11 + 4i\sqrt{3}$.

a) Démontrer que le triangle IAB est équilatéral. **0,5pt**

b) Soit r la rotation de centre le point F et d'angle $\frac{\pi}{3}$; d'écriture complexe :

$$z' = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z + \frac{3}{2} + 2\sqrt{3} + \left(2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)i$$

Déterminer l'affixe du point F et montrer que r(C)=D, en déduire alors que le triangle DFC est équilatéral. **1,5pt**

c) Déterminer l'écriture complexe de l'homothétie h qui transforme I en D et B en C. **1pt**

d) Déterminer l'expression complexe de la transformation $S = h o r$. **0,75pt**

Exercice 3 (4,25 points)

On définit les fonctions h et k sur $]0, +\infty[$ par : $h(x) = e^{\frac{x+1}{x}}$ et $k(x) = -x + x\ln x$.

1. Démontrer que l'équation $k(x) = 1$ admet une unique solution α dans $[3; 4]$. **1pt**
2. Démontrer que $k(x) = 1$ si et seulement si $h(x) = x$. **0,25pt**
3. Démontrer que pour tout x élément de $[3; 4]$, $h(x)$ est aussi un élément de $[3; 4]$. **0,5pt**
4. Démontrer que $|h'(x)| \leq \frac{1}{2}$ pour tout x élément de $[3; 4]$. **0,5pt**
5. Soit U la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = h(U_n), \ n \in \mathbb{N} \end{cases}$

a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $U_n \in [3; 4]$. **0,5pt**

b) Démontrer que pour tout entier naturel n, $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|U_n - \alpha|$. **0,5pt**

c) En déduire que pour tout entier naturel n, $|U_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$. **0,5pt**

d) Démontrer que la suite U est convergente et déterminer sa limite. **0,5pt**

Partie B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (6,75 points)

Situation :

Une réserve naturelle contient essentiellement trois espèces de singes : des macaques ; des orang-outans et des chimpanzés. Les relevés topographiques de cette réserve naturelle simulés dans un laboratoire montrent que celle-ci est limitée dans un repère orthonormé (O, I, J) à l'échelle 1cm pour 4 km, par la courbe (C) d'équation $y = x^3 - 3x^2 + 4$, la droite (OI) et les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives $x = -1$ et $x = 2$.

Deux routes rectilignes assimilées aux droites (OJ) et (D) d'équation $x = 1$ divisent la réserve en trois sites distincts :

Le site A contenant des macaques est délimité par la courbe (C), les droites (OI), (D_1) *et* (OJ).

Le site B contenant des orang-outans est délimité par la courbe (C), les droites (OI), (OJ) et (D).

Le site C contenant des chimpanzés est délimité par la courbe (C), les droites (OI), (D) et (D_2).

La densité de la population de macaques est de 15 macaques par km^2, celle d'orang-outans est de 10 orang – outans par km^2 et celle des chimpanzés est de 12 chimpanzés par km^2. Pour protéger certains animaux de la réserve contre les zoonoses (maladies des bêtes), les chercheurs les vaccinent 3 fois. La première vaccination nécessite 1,136 litre de vaccin. La deuxième nécessite 1,54 litre. Les doses de vaccin (en millilitres) par animal sont données par le tableau suivant :

	Macaque	Orang-outang	chimpanzé
1ère dose de vaccin	2ml	1ml	3ml
2ème dose de vaccin	2ml	3ml	4ml
3ème dose de vaccin	2ml	5ml	5ml

Dans la réserve, 15% de chimpanzés ont une maladie M_1. Parmi les chimpanzés atteints par la maladie M_1, 20% ont une maladie M_2 et parmi les chimpanzés non atteints par la maladie M_1, 4% ont la maladie M_2. On choisit un chimpanzé au hasard pour une étude dans un laboratoire.

Tâches :

1. Déterminer le nombre d'animaux de cette réserve. **2,25pts**
2. Déterminer le volume de vaccin en litres nécessaire pour la 3ème vaccination. **2,25pts**
3. Déterminer la probabilité pour que le chimpanzé choisi soit atteint de la maladie M_2. **2,25pts**

SESSION 2021

OFFICE DU BACCALAUREAT DU CAMEROUN		République du Cameroun
....		....
DIRECTION		Paix – Travail - Patrie
....		....
DIVISION DES EXAMENS		

CORRIGE HARMONISE NATIONAL

EXAMEN :	BACCALAURÉAT	SESSION:	2021
EPREUVE :	MATHEMATIQUES	DUREE:	4H
SERIE :	D – TI	COEFFICIENT:	4

<table>
<tr><th colspan="2">REFERENCES</th><th>SOLUTIONS</th><th>BARÈMES</th><th>COMMENTAIRES</th></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>Partie A : ÉVALUATIONS DES RESSOURCES</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">EXERCICE 1</td><td>1.</td><td>On donne la fonction f définie sur IR par $f(x) = 36x^2 - 2x^3$
Montrons que f est une solution sur IR de l'équation différentielle
$$(\boldsymbol{E}): \boldsymbol{36y'' + 6y' + y = 2592 - 2x^3}$$
Nous avons $f(x) = 36x^2 - 2x^3$, $f'(x) = 72x - 6x^2$ et $f''(x) = 72 - 12x$
Pour tout $x \in IR$, on a :
$36f''(x) + 6f'(x) + f(x) = 36(72 - 12x) + 6(72x - 6x^2) + 36x^2 - 2x^2$
$= 2592 - 432x + 432x - 36x^2 + 36x^2 - 2x^3$
$= 2592 - 2x^3$. f est donc une solution de l'équation différentielle (E).</td><td>(1pt)</td><td>0,25 pt par dérivée
0,5 pt pour la démarche</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Étudions les variations de f sur l'intervalle $[0, 18]$ et déterminons la valeur de x pour laquelle f atteint son maximum
On a : $f'(x) = 72x - 6x^2 = 6x(12 - x)$. Et $f'(x) = 0 \iff x = 0$ ou $x = 12$.
D'où :
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>12</td><td></td><td>18</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>−</td><td></td></tr></table>f est strictement croissante sur $[0,12]$ et strictement décroissante sur $[12, 18]$.</td><td>(1.5pt)</td><td>0,5 pt pour chaque intervalle de variation
0,5 pt pour le maximum</td></tr>
</table>

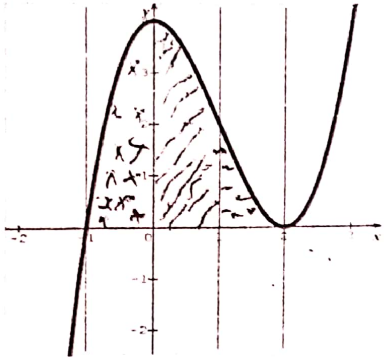
EXERCICE 1 (Suite)	2. (Suite)	f étant croissante sur $[0,12]$ et décroissante sur $[12,18]$, alors $f(12)$ est le maximum de f sur $[0,18]$. La fonction f atteint donc sur $[0,18]$, le maximum en $x = 12$.		
	3.a)	**Démontrons que le nombre de tirages donnant une dose de chaque firme est $f(n)$** On choisit une dose par firme A, B et C. Ces firmes ayant respectivement n, n et $36-2n$ dose. Le tirage étant simultané, le nombre de tirages possibles donnant une dose de chaque firme est : $C_n^1 \times C_n^1 \times C_{36-2n}^1 = n^2(36-2n) = f(n)$ ■	**(0.5pt)**	0,25 pt pour la démarche 0,25 pt pour le résultat
	3.b)	**Donnons l'expression de $P(n)$ en fonction de $f(n)$ et déterminons la valeur de n pour laquelle $P(n)$ est maximale** $P(n)$ est la probabilité de tirer une dose de chaque firme. D'où $P(n) = \frac{C_n^1 \times C_n^1 \times C_{36-2n}^1}{C_{36}^3} = \frac{f(n)}{7140}$. La valeur de n qui rend $P(n)$ maximale est la même que celle qui rend $f(n)$ maximale. Et d'après la question 2., une telle valeur de n est 12.	**(1pt)**	0,5 pt pour la démarche 0,5 pt pour le résultat
EXERCICE 2		(O, I, J) est un repère orthonormé du plan. On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E):\ z^3 - (6+i\sqrt{3})z^2 + (11+4i\sqrt{3})z - 6 - 3i\sqrt{3} = 0$		
	1.	**Montrons que l'équation $(E) \Leftrightarrow (z^2-4z+3)(z-2-i\sqrt{3}) = 0$** Soit $P(z) = (z^2-4z+3)(z-2-i\sqrt{3})$. On a : $P(z) = (z^2-4z+3)(z-2-i\sqrt{3})$ $= z^3 - 2z^2 - i\sqrt{3}z^2 - 4z^2 + 8z + 4i\sqrt{3}z + 3z - 6 - 3i\sqrt{3} = 0$ $= z^3 - (6+i\sqrt{3})z^2 + (11+4i\sqrt{3})z - 6 - 3i\sqrt{3}$ D'où l'équivalence attendue.	**(0.5pt)**	NB :apprécier toute autre méthode
	2.	**Résolvons dans C l'équation (E)** $(E) \Leftrightarrow (z^2-4z+3)(z-2-i\sqrt{3}) = 0$ $\Leftrightarrow z = 2+i\sqrt{3}$ ou $z^2-4z+3 = 0$ Or z^2-4z+3 de discriminant $\Delta = 4$, a pour racine 1 et 3. L'ensemble solution de l'équation (E) est donc $\{\mathbf{1},\ \mathbf{3},\ \mathbf{2}+\boldsymbol{i}\sqrt{\mathbf{3}}\}$.	**(0.75pt)**	0,25 pt pour chaque solution trouvée
	3.a)	On donne les points A, B, C et D d'affixes respectives $z_A = 3$, $z_B = 2+i\sqrt{3}$, $z_C = 7$ et $z_D = 11+4i\sqrt{3}$ **Démontrons que le triangle IAB est équilatéral**		

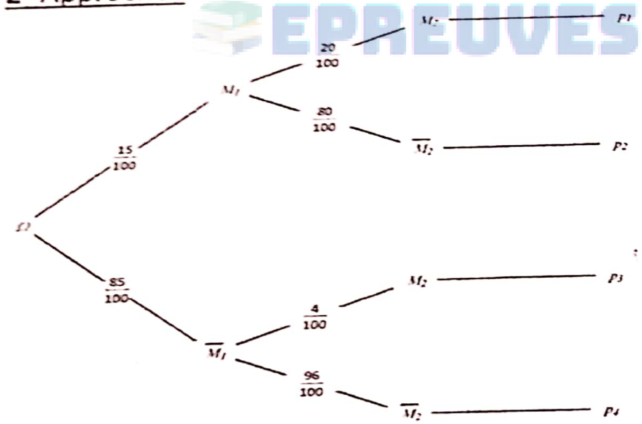
EXERCICE 2 (Suite)	3.a)	• <u>Première approche</u> : On a : $IA = \lvert z_A - z_I\rvert = \lvert 3-1\rvert = 2,\ IB = \lvert z_B - z_I\rvert = \lvert 1+i\sqrt{3}\rvert = 2$ et $AB = \lvert z_B - z_A\rvert = \lvert 2+i\sqrt{3}-3\rvert = \lvert -1+i\sqrt{3}\rvert = 2$. D'où $AI = IB = AB$. IAB est donc un triangle équilatéral. • <u>Deuxième approche</u> : on a $\frac{z_B-z_I}{z_A-z_I} = \frac{1+i\sqrt{3}}{2} = e^{i\frac{\pi}{3}}$. De cette relation, on a $AI = IB$ et $mes(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IB}) = 60°$. IAB est donc un triangle équilatéral.	**(0.5pt)**	0,25pt pour la méthode 0,25pt pour des bons calculs
	3.b)	**Déterminons l'affixe du point F centre de la rotation et montrons que $r(C) = D$** - La rotation r a pour expression complexe $z' = \left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z + 2\sqrt{3} + \frac{3}{2} + \left(2-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)i$. Comme F est le centre de r, on a $r(F) = F$. D'où $z_F = \left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z_F + 2\sqrt{3} + \frac{3}{2} + \left(2-\frac{3\sqrt{3}}{3}\right)i$ **et donc :** $z_F = \frac{(3+4\sqrt{3})+i(4-3\sqrt{3})}{1-i\sqrt{3}} = \frac{[(3+4\sqrt{3})+i(4-3\sqrt{3})](1+i\sqrt{3})}{4} = \frac{12+16i}{4} = \mathbf{3+4i}$ - On pourra remarquer à travers des calculs que $r(C) \neq D$	**(1.5pt)**	0,5pt pour l'affixe de F **1 pt pour le reste à attribuer à tous les candidats présents** **NB : Tenir compte des autres méthodes dans la recherche de z_F**
	3.c)	**Donnons l'expression complexe de l'homothétie h telle $h(I) = D$ et $h(B) = C$** L'homothétie h a pour expression complexe : $z' = az + b$ (où $a \in IR$) $h(I) = D \Leftrightarrow a + b = 11 + 4i\sqrt{3}$ et $h(B) = C \Leftrightarrow a(2+i\sqrt{3}) + b = 7$ D'où le système : $\begin{cases} a + b = 11 + 4i\sqrt{3} \\ a(2+i\sqrt{3}) + b = 7 \end{cases}$. Ce qui donne : $\begin{cases} \boldsymbol{a = -4} \\ \boldsymbol{b = 15 + 4i\sqrt{3}} \end{cases}$ $\boldsymbol{z' = -4z + 15 + 4i\sqrt{3}}$ **est l'expression complexe de h.**	**(1pt)**	0,5 pt pour chaque constante trouvée NB : apprécier toute autre méthode
	3.d)	**Déterminons l'expression complexe de $s = h \circ r$** r a pour expression complexe $z' = \left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z + 2\sqrt{3} + \frac{3}{2} + \left(2-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)i$ et celle de h est $z' = -4z + 15 + 4i\sqrt{3}$; Celle de $s = h \circ r$ est donc $z' = -4\left[\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z + 2\sqrt{3} + \frac{3}{2} + \left(2-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)i\right] + 15 + 4i\sqrt{3}$ $= \boldsymbol{(-2-2i\sqrt{3})z + 9 - 8\sqrt{3} + i(-8+10\sqrt{3})}$	**(0.75pt)**	0,5 pt pour la première ligne du calcul 0,25 pt pour le résultat
EXERCICE 3		On donne $h(x) = e^{\frac{x+1}{x}}$ et $k(x) = -x + x\ln x$ définies sur $]0,+\infty[$		

EXERCICE 3	1.	**Démontrons que l'équation $k(x) = 1$ admet une unique solution $\alpha \in [3,4]$** la fonction k est dérivable sur $]0,+\infty[$ et $k'(x) = -1 + 1 + lnx = lnx$. D'où $k'(x) > 0$ pour x appartenant à l'intervalle $[3,4]$. k est continue et strictement croissante sur $[3,4]$ avec 1 appartenant à $k([3,4]) = [k(3), k(4)] = [-3 + 3ln3, -4 + 4ln4]$ **puisque** $-3 + 3ln3 = 0{,}29 \ldots$ et $-4 + 4ln4 = 1{,}54 \ldots$. L'équation $k(x) = 1$ admet alors une unique solution α appartenant à l'intervalle $[3,4]$.	**(1pt)**	0,25 pt pour le calcul de la dérivée 0,25 pt pour le sens de variation. 0,25 pt pour les hypothèses du TVI 0,25 pt pour la conclusion NB : Apprécier les autres démarches
	2.	**Démontrons que $k(x) = 1$ si et seulement si $h(x) = x$** Soit $x > 0$. On a : $k(x) = 1 \Leftrightarrow -x + xlnx = 1$ $\Leftrightarrow lnx = \frac{x+1}{x}$ $\Leftrightarrow x = e^{\frac{x+1}{x}}$ $\Leftrightarrow h(x) = x$.	**(0.25pt)**	
	3.	**Démontrons que si $x \in [3,4]$, alors $h(x) \in [3,4]$** Soit $x \in [3,4]$. h est une fonction dérivable sur $[3,4]$ et $h'(x) = \frac{-1}{x^2} e^{\frac{x+1}{x}} < 0$. h est donc strictement décroissante sur $[3,4]$. De $3 \leq x \leq 4$, on a $h(4) \leq h(x) \leq h(3)$ soit $e^{\frac{5}{4}} \leq h(x) \leq e^{\frac{4}{3}}$. D'où $3{,}49 \leq h(x) \leq 3{,}80$ et donc $3 \leq h(x) \leq 4$.	**(0.5pt)**	0,25 pt pour le calcul de la dérivée de h 0,25 pt pour la démarche
	4.	**Démontrons que $\lvert h'(x)\rvert \leq \frac{1}{2}$ pour tout $x \in [3,4]$** On a $h'(x) = \frac{-1}{x^2} h(x)$ et donc $\lvert h'(x)\rvert = \frac{h(x)}{x^2}$. $3 \leq x \leq 4$ entraine $\frac{1}{16} \leq \frac{1}{x^2} \leq \frac{1}{9}$ et $3 \leq h(x) \leq 4$. D'où $\frac{3}{16} \leq \frac{1}{x^2} h(x) \leq \frac{4}{9}$ C'est-à-dire $\frac{3}{16} \leq \lvert h'(x)\rvert \leq \frac{4}{9}$. D'où $\lvert h'(x)\rvert \leq \frac{1}{2}$ car $\frac{4}{9} \leq \frac{1}{2}$.	**(0.5pt)**	Tenir compte des autres démarches
	5.	On donne la suite U définie par $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = h(u_n)$		
	5.a)	**Démontrons que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \in [3,4]$** Procédons par récurrence. - Au rang $n = 0$, on a $u_n = u_0 = 3$ appartenant à $[3,4]$. - Soit $n \in \mathbb{N}$. Supposons que $u_n \in [3,4]$. On a d'après la question 3, on a $h(u_n) \in [3,4]$. D'où $u_{n+1} \in [3,4]$. Conclusion : Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \in [3,4]$.	**(0.5pt)**	0,25 pt pour le rang initial 0,25 pt pour le reste
	5.b)	**Démontrons que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\lvert u_{n+1} - \alpha\rvert \leq \frac{1}{2}\lvert u_n - \alpha\rvert$**		0,25 pt pour le

		Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \in [3,4]$, $\boldsymbol{\alpha} \in$ $[\mathbf{3},\mathbf{4}]$ **et** $\|h'(x)\| \leq \frac{1}{2}$ pour x appartenant à $[3,4]$. Des Inégalités des Accroissements Finis, on a alors $\|\boldsymbol{h}(\boldsymbol{u_n}) - \boldsymbol{h}(\boldsymbol{\alpha})\| \leq \frac{1}{2}\|\boldsymbol{u_n} - \boldsymbol{\alpha}\|$. Or $u_{n+1} = h(u_n)$ et $h(\alpha) = \alpha$ car $k(\alpha) = 1$; donc $\|\boldsymbol{u_{n+1}} - \boldsymbol{\alpha}\| \leq \frac{1}{2}\|\boldsymbol{u_n} - \boldsymbol{\alpha}\|$.	**(0.5pt)**	0,25 pt pour le choix d'une bonne propriété à utiliser 0,5 pt pour la bonne uyilisation
	5.c)	**Déduisons-en que pour tout $\boldsymbol{n} \in \mathbb{N}$ $\|\boldsymbol{u_{n+1}} - \boldsymbol{\alpha}\| \leq (\frac{1}{2})^n$** Procédons par récurrence. - Au rang $n = 0$, on a $\|\boldsymbol{u_n} - \boldsymbol{\alpha}\| = \|\boldsymbol{u_0} - \boldsymbol{\alpha}\| = \|3 - \boldsymbol{\alpha}\| \leq \|3 - 4\|$ **car** $\boldsymbol{\alpha} \in [\mathbf{3},\mathbf{4}]$. **D'où $\|\boldsymbol{u_n} - \boldsymbol{\alpha}\| \leq (\frac{1}{2})^n$ pour $\boldsymbol{n} = 0$.** - Soit $\boldsymbol{n} \in \mathbb{N}$. Supposons que $\|\boldsymbol{u_n} - \boldsymbol{\alpha}\| \leq (\frac{1}{2})^n$. D'après la question 5.b), on a $\|\boldsymbol{u_{n+1}} - \boldsymbol{\alpha}\| \leq \frac{1}{2}\|\boldsymbol{u_n} - \boldsymbol{\alpha}\|$. Ce qui entraine $\|\boldsymbol{u_{n+1}} - \boldsymbol{\alpha}\| \leq \frac{1}{2}(\frac{1}{2})^n \leq (\frac{1}{2})^{n+1}$. D'où $\|\boldsymbol{u_n} - \boldsymbol{\alpha}\| \leq (\frac{1}{2})^n$	**(0.5pt)**	0,25 pt pour le rang initial 0,25 pt pour le reste
EXERCICE 3	5.d)	**Démontrons que la suite $\boldsymbol{u}$ est convergente et déterminons sa limite** On a $\|\boldsymbol{u_n} - \boldsymbol{\alpha}\| \leq (\frac{1}{2})^n$ **où la suite** $((\frac{1}{2})^n)$ converge vers 0 ; Par la propriété d'encadrement, on en déduit que (u_n) converge vers $\boldsymbol{\alpha}$.	**(0.5pt**	0,25 pt pour la l'utilisation d'une propriété utile 0,25 pt pour la limite
		Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES		
REFERENCES		**SOLUTIONS**	**BAREMES**	**COMMENTAIRES**
TÂCHE 1		**Déterminons les nombres d'animaux de cette réserve** On procédera par les étapes suivantes : • On étudie les variations de la fonction g définie sur $[-1, +\infty[$ par : $g(x) = x^3 - 3x^2 + 4$. La fonction g est une fonction polynôme, elle est donc dérivable sur IR. Sa dérivée est $g'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$. Les solutions de l'équation $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 2$. Le tableau de variation de g	**(2.25pt)**	**Interprétation :** 0,25 pt pour l'idée d'étudier la fonction et de construire la courbe 0,25 pt pour l'idée de calculer les aires 0,25 pt pour l'idée d'utiliser la densité **Utilisation correcte des outils :** 0,25 pt pour le tableau de variations et courbe ; 0,25 pt dès qu'une des 3 aires est trouvée

x	-1		0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	|	$-$	|	$+$	
$g(x)$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

TÂCHE 1		• On construit la courbe représentative (C) de g pour identifier les aires  • Calculons les aires A_1, A_2 et A_3 occupées respectivement par les macaques, les orang -outans et des chimpanzés (en unités d'aires) $A_1 = \int_{-1}^{0} g(x)dx = \left[\frac{1}{4}x^4 - x^3 + 4x\right]_{-1}^{0} = \frac{11}{4}$, $Donc\ A_1 = 44\ km^2$, $A_2 = \int_{0}^{1} g(x)dx = \left[\frac{1}{4}x^4 - x^3 + 4x\right]_{0}^{1} = \frac{13}{4}$ $Donc\ A_2 = 52\ km^2$ $A_3 = \int_{1}^{2} g(x)dx = \left[\frac{1}{4}x^4 - x^3 + 4x\right]_{1}^{2} = \frac{3}{4}$ $Donc\ A_3 = 12\ km^2$ • On calcule le nombre d'animaux de la réserve en fonction des aires Le nombre de macaques est : $N_1 = 15 \times 44 = 660$ Le nombre des orangs- outangs est : $N_2 = 10 \times 52 = 520$ Le nombre de chimpanzés est de : $N_3 = 12 \times 12 = 144$ Le nombre total d'animaux de la réserve est donc $N = N_1 + N_2 + N_3 = \mathbf{1324}$		0,25 pt dès que le nombre d'animaux d'un des 3 espaces est trouvé **Cohérence :** 0,5 pt pour une bonne organisation des différents calculs 0,25 pt pour une conclusion donnant un nombre total d'animaux
TÂCHE 2		**Déterminons le volume de vaccin nécessaire pour la troisième vaccination** Soient $x, y\ et\ z$ le nombre respectif de macaques, des orangs outans et des chimpanzés qui doivent être vaccinés et soit D la troisième dose administrée aux animaux. La première dose est traduite par la relation : $2x + y + 3z = 1136$ E_1 La deuxième dose est traduite par la relation : $2x + 3y + 4z = 1540$ E_2 La troisième dose est traduite par la relation : $2x + 5y + 5z = D$ E_3 En effectuant la différence $E_1 - E_2$, on obtient la relation : $2y + z = 404$ En effectuant la différence E_3-E_2, on obtient la relation : $2y + z = D - 1540$ De ces deux dernières relations, on a $D - 1540 = 404$. La dose cherchée est donc $D = 1540 + 404 = \mathbf{1944\ ml} = \mathbf{1,944\ l.}$	**(2.25pt)**	**Interprétation :** 0,25 pt par équation posée **Utilisation correcte des outils :** 0,5 pt pour l'obtention de la troisième dose à partir de ses équations 0,25 pt pour la conversion du son résultat. **Cohérence :** 0,5 pt pour la méthode de résolution 0,25 pt pour la bonne utilisation de sa méthode

<table>
<tr>
<td>TÂCHE 2</td>
<td></td>
<td><u>2e Approche :</u>
Déterminer x et y en fonction de z à partir des égalités E_1 et E_2 puis remplacer ces derniers dans l'égalité E_3 pour avoir $D = 2x + 5y + 5z = \cdots = 1944$.
<u>3e Approche :</u>
On a la situation suivante : $\begin{array}{l} 2x + y + 3z = 1136 \quad E_1 \\ 2x + 3y + 4z = 1540 \quad E_2 \\ 2x + 5y + 5z = ? \quad E_3' \end{array}$
La combinaison linéaire $2E_2 - E_1$ donne $2x + 5y + 5z = 2(1540) - (1136)$
D. Et donc $D = 1944\ ml$</td>
<td></td>
<td>Même gestion des points</td>
</tr>
<tr>
<td>TÂCHE 3</td>
<td></td>
<td>Déterminons la probabilité pour que le chimpanzé choisi soit atteint de la maladie M_2
On note $\overline{M_1}$ l'événement : ne pas avoir la maladie M_1. Les probabilités sonnées sont les suivantes : $p(M_1) = \frac{15}{100}$, $p(M_2/M_1) = \frac{20}{100}$ et $p(M_2/\overline{M_1}) = \frac{4}{100}$
$M_2 = (M_1 \cap M_2) \cup (\overline{M_1} \cap M_2)$ où $(\overline{M_1} \cap M_2)$ et $(M_1 \cap M_2)$ sont disjoints
On a la probabilité $p(M_2) = p(M_1 \cap M_2) + p(\overline{M_1} \cap M_2)$
$= p(M_2/M_1) \times p(M_1) + p(M_2/\overline{M_1}) \times p(\overline{M_1})$
$= \frac{20}{100} \times \frac{15}{100} + \frac{4}{100} \times \frac{85}{100} = \frac{640}{10000} = \mathbf{0,064}$
<u>2e Approche :</u> Utilisation d'un arbre de probabilités


La probabilité attendue est : $p_1 + p_3 = \frac{15}{100} \times \frac{20}{100} + \frac{85}{100} \times \frac{4}{100} = \frac{640}{10000} = \mathbf{0,064.}$</td>
<td>(2.25pt)</td>
<td>Interprétation :
0,5 pt pour l'idée d'utiliser la probabilité conditionnelle
0,25 pour une bonne interprétation de l'une des données
Utilisation correcte des outils :
0,5 pt pour une bonne expression de $p(M_2)$
0,25 pour un résultat correct
Cohérence :
0,5 pt pour un calcul cohérent à partir d'une expression de $p(M_2)$
0,25 pt pour une bonne présentation des calculs
<u>Pour la 2e approche :</u>
.. 0,5 pt pour l'idée d'utiliser un arbre de choix et 0,25 pt pour la réalisation d'un arbre
.. 0,75 pt pour le remplissage de l'arbre. (0,25 pt par paire de branches issue de chacun des trois nœuds)
.. 0,75 pt pour les calculs (0,25ptx3 pour p_1, p_2 et $p_1 + p_3$)
NB : Ne pas noter doublement un candidat s'il a utilisé les deux approches. (Considérer l'approche rapportant le maximum de points)</td>
</tr>
</table>

Yaoundé le : ....

Le Président du Jury d'Harmonisations

Abdou Keumcheghame
Tel : 699897923
ou 677095556