

Cette épreuve étalée sur deux pages, est constituée de deux parties indépendantes.

PARTIE A : Évaluation des ressources (15 points)

Exercice 1 : (3 points)

L'unité des longueurs est le centimètre.

$ABCD$ est un rectangle de centre O , de longueur $AB = 8$ et de largeur $BC = 6$.

Soit (Σ) le lieu des points M du plan (ABC) tels que

$$MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = \|-24\vec{MA} + 12\vec{MB} + 12\vec{MD}\|$$

- 1) a) Construire un tel rectangle $ABCD$ et placer le point O . (0,5 pt)
- b) Démontrer que $-24\vec{MA} + 12\vec{MB} + 12\vec{MD} = 12\vec{AC}$. (0,5 pt)
- c) Démontrer que $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 4OM^2 + AC^2$. (1 pt)
- 2) Déterminer alors la nature et les éléments caractéristiques de (Σ) . (1pt)

Exercice 2 : (5 points)

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

On considère la fonction numérique f à variable réelle définie par l'expression

$$f(x) = -\frac{x}{2} + \frac{2}{x}.$$

(C_f) est la courbe de f .

- 1) Justifier que l'ensemble D_f de définition de f est $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ et déterminer les limites de f aux bornes de cet ensemble. (1,25 pt)
- 2) Que peut-on alors dire de la droite d'équation $x = 0$? (0,25 pt)
- 3) Justifier que la droite d'équation $y = -\frac{x}{2}$ est une asymptote à la courbe (C_f) en $-\infty$ et en $+\infty$. (0,5 pt)
- 4) Déterminer $f'(x)$ pour $x \neq 0$, son signe et le tableau de variation de f . (1,5 pt)
- 5) Démontrer que l'origine O du repère est un centre de symétrie à (C_f) . (0,5 pt)
- 6) Tracer avec soin la courbe (C_f) . (1 pt)

Exercice 3 : (4 points)

- 1) Démontrer que $\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{12} = \frac{1}{2}$ et $\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{12} = 0$. (1 pt)
- 2) En déduire que la valeur exacte de $\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12}$ est $\frac{1}{4}$. (0,5 pt)
- 3) Résoudre alors dans $[0; 2\pi[$, l'équation $\cos \frac{\pi}{12} \cos x = \frac{1}{4}$. (1,5 pt)
- 4) Résoudre dans $[0; 2\pi[$, l'inéquation $\cos x - \cos \frac{5\pi}{12} > 0$. (1 pt)

Exercice 4 : (3 points)

Dans un jardin, une observation des poids d'un certain nombre de lapins a donné le résultat suivant :

Poids (en kilogrammes)	$[0 ; 1[$	$[1 ; 2[$	$[2 ; 3[$	$[3 ; 4[$
Effectifs	10	15	20	5

- 1) Déterminer le poids moyen de ces lapins. (0,75 pt)
- 2) Construire la courbe cumulative décroissante encore appelé polygone des effectifs cumulés décroissants. (1,5 pt)
- 3) Déterminer la médiane de cette série statistique. (0,75 pt)

PARTIE B : Évaluation des compétences (5 points)

Situation :

Un entrepreneur vient d'ouvrir en Afrique Centrale une industrie d'assemblage d'ordinateurs d'une marque d'ordinateurs encore nouvelle sur le marché. Une étude faite par des experts établit que s'il produit mensuellement un nombre x d'ordinateurs, toutes les dépenses (liées aux infrastructures, à l'importation des pièces à assembler, au personnel, à la commercialisation, aux impôts et aux taxes) en millions de FCFA est $1120+0,00007x^2$ et la vente de chaque ordinateur assurée pour un prix unitaire de vente de 0,7 million de FCFA.

Certains appareils des chaînes d'assemblage produisent des transistors MOS. Chacun de ces appareils fonctionne chaque jour sans arrêt pendant 3h 59min et produit dès le démarrage (de façon successive) sa 1^{ère} composante en 3 min, la 2^e en 3 min 2 s, la 3^e en 3 min 4 s, la 4^e en 3 min 6 s et ainsi de suite, la production de toute autre composante met 2 s de plus que celle de la composante précédente.

Le prix de chaque ordinateur est fixé à 0,7 million de FCFA. L'entreprise ne doit pas tourner à perte et le propriétaire veut connaître la capacité de production journalière de chaque appareil produisant les transistors MOS.

Tâches

- 1) Comment doit-on choisir le nombre d'ordinateurs à assembler mensuellement pour ne pas fonctionner à perte ? (1,5 pt)
- 2) Quel est le nombre d'ordinateurs que cet industriel doit produire mensuellement pour réaliser un bénéfice maximal ? (1,5 pt)
- 3) Quelle est la capacité de production journalière de chaque appareil produisant des composantes MOS ? (1,5 pt)

Présentation :

(0,5 pt)