MINESEC
Lycée Bilingue de Guider
Département de Mathématiques

Année scolaire 2018/2019
Session de Février 2019
Durée :4h Coef :5

BACCALAUREAT SEQ 4 - SERIE C
EPREUVE DE MATHEMAEMAIQUES

L'épreuve comporte deux exercices et un problème sur deux pages. Le candidat devra traiter chacun des exercices et le problème. La qualité de la rédaction et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

Exercice 1 : (2.5points)

Soit n un entier naturel, on pose $u_n = \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} e^{-x}\cos x\, dx$

1) En utilisant deux intégrations par parties, montrer que $u_n = \frac{1}{2}(-1)^n e^{-n\pi}(e^{-\pi}+1)$.

   Indications : $\cos n\pi = (-1)^n$ et $\sin n\pi = 0$ **1pt**

2) Montrer que $(u_n)_{n\in N}$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.**0.75pt**

3) On pose $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$.

   a) Exprimer S_n en fonction de n.
   0.5pt
   b) Etudier la convergence de S_n.
   0.25pt

EPREUVESEXAMENS

Exercice 2 : (3points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on donne les points :
A(1 ; 2 ; 3), B(3 ; 0 ; 1), C(-1 ; 0 ; 1), D(2 ; 1 ; -1), E(-1 ; -2 ; 3) et F(-2 ; -3,4).
Pour chaque affirmation, dire si elle est **vraie ou fausse** en justifiant votre réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.

Affirmation 1 : Les trois points A, B, et C sont alignés.
0.5pt

Affirmation 2 : Le vecteur $\vec{n}$ (0 ; 1 ; -1) est un vecteur normal au plan (ABC).
0.5pt

Affirmation 3 : La droite (EF) et le plan (ABC) sont sécants et leur point d'intersection est le milieu du segment [BC]. **1pt**

Affirmation 4 : Les droites (AB) et (CD) sont sécantes.
1pt

Exercice 3 : (4,5points)

Le plan P est orienté. ABC est un triangle rectangle en Cde sens direct tel que CA = 2cm et CB = 3cm.
Soit r la rotation de A et d'angle $\frac{\pi}{2}$. On pose D = r(C) et E = r^{-1}(B). I désigne le milieu du segment [CD].

1- a) Faire la figure. **0.25pt**
   b) Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que f (A) = D et f (C) = A.
   0.25pt
   c) Préciser la nature et les éléments caractéristiques de f.
   0.5pt
2- Soit $g = f \circ r$

https://t.me/KamerHighSchool

https://epreuvesexamens.com/

a) Montrer que g est une translation.
0.25pt

b) Soit F = g (E). Montrer que f (B) = F et en déduire la nature du triangle IBF.
0.5pt

c) Montrer que les points A, C et F sont alignés.
0.5pt

3- Soit G = $t_{\overrightarrow{AD}}$ (I), où = $t_{\overrightarrow{AD}}$ désigne la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$.

a) Montrer qu'il existe un unique antidéplacement h tel que h (C) = D et h (I) = G.
0.5pt

b) Montrer que h est une symétrie glissée dont on précisera le vecteur.
0.5pt

4- On suppose le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ où $\vec{i} = \frac{\overrightarrow{CA}}{CA}$ et $\vec{j} = \frac{\overrightarrow{CB}}{CB}$. S est la similitude de centre C qui transforme A en B.

a) Donne l'écriture complexe de S.
0.5pt

b) Soit $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j}$ et $\vec{v} = \vec{i} + \vec{j}$; montrer que $(\vec{u} ; \vec{v})$ est une base et donner la matrice de l'application linéaire associée à S dans cette base.
0.75pt

Problème : 10points

Le problème comporte trois parties A, B et C

EPREUVESEXAMENS

Partie A : 2points

On considère l'équation différentielle (E) : $y'' + y' - 2y = -2x + 3$.

1. Déterminer les réels a et b pour que $p(x) = ax + b$ soit solution de (E). **0,5pt**
2. Montrer que u est solution de (E) si et seulement si $u - p$ est solution de (E') : $y'' + y' - 2y = 0$. **0,5pt**
3. Résoudre (E') puis donner toutes les solutions de (E).
4. Déterminer la solution de (E) passant par A(0 ;1) et dont la tangente en A à pour coefficient directeur 3. **1pt**

Partie B : 2.75points

1. On donne la fonction h sur $]0; +\infty[$ par $h(x) = e^x - \frac{1}{x}$.

a) Déterminer le sens de variation de h puis dresser son tableau de variation.
0,5pt

b) Démontrer que l'équation $h(x)=0$ admet une unique solution $\alpha \in \left]\frac{1}{2}; 1\right[$ puis en déduire le signe de h sur $]0; +\infty[$. **1pt**

2. Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = e^x - \ln x - 1$.

a) Montrer que $g'(x)=h(x)$ pour tout réel strictement positif.
0,5pt

b) En vous servant de 1.b, montrer que $e^{\alpha} = \frac{1}{\alpha}$; puis que $g(\alpha) = \frac{\alpha^2 - \alpha + 1}{\alpha}$.

En déduire le signe de g sur $]0; +\infty[$. **0.75pt**

https://t.me/KamerHighSchool

https://epreuvesexamens.com/

Partie C : **5.25points**

On définit sur $\mathbb{R}$ la fonction f par $\begin{cases} f(x) = e^x - x\ln x & si\ x > 0 \\ f(x) = 2e^x + x - 1 & si\ x < 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$ et Γ sa représentation graphique.

1) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0, interpréter graphiquement le résultat obtenu.
1pt

2) Vérifier que f est dérivable sur $]0;+\infty[$ et que $f'(x) = g(x)$. En déduire le sens de variation de f sur $]0;+\infty[$.
0,5pt

3) Sachant que $x \geq \ln x$, montrer que $e^x - x^2 \leq f(x)$.

a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}(e^x - x^2)$ et en déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. **0.25pt**

b) Dresser le tableau de variation de f.
0.5pt

4.a) calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$. Puis Interpréter graphiquement le résultat.
0,5pt

b) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à Γ en $-\infty$.
0,5pt

c) Construire Γ dans le repère orthogonal d'unité graphique : 2cm sur (OX) et 1cm sur (OY) en ressortant toutes les caractéristiques de Γ.
1pt

5. a) A l'aide d'une intégration par partie calculer $\int_1^3 x\ln x\,dx$.

EPREUVESEXAMENS

0,5pt

b) Calculer l'aire du domaine Δ délimité par les droites $x = 3$, $x = 1$ et Γ.
0,5pt

https://t.me/KamerHighSchool

https://epreuvesexamens.com/