



Epreuve de Mathématiques



Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES 15,5 points

Exercices 1: 5 points

- 1) Déterminer tous les couples d'entiers naturels $(x ; y)$ tels que : $x^2 - 2xy = 15$. 1 pt
- 2) a) Déterminer, suivant les valeurs de l'entier relatif n , le reste de la division de n^2 par 7. 0,5 pt
 b) En déduire alors les solutions de l'équation $x^2 \equiv 2 \pmod{7}$. 0,5 pt
- 3) Démontrer que le nombre $7^{n+1} + 1$ est divisible par 8 si n est impair ; dans le cas n pair, donner le reste de sa division par 8. 1 pt
- 4) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel $n \geq 1$, $n! \geq 2^{n-1}$ 1 pt
- 5) Démontrer que pour tout entier naturel n non nul, on a $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$. 1 pt

Exercice 2 : 5 points

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points $A(1,1,2)$, $B(1, -1, -2)$, $C(2, -1,3)$ et $D(2,2,2)$.

- 1) a) Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$, puis déduire que A, B et C ne sont pas alignés. 0,5 pt
 b) Calculer la distance du point C à la droite (AB) . 0,5 pt
 c) Vérifier que $AC = d(C, (AB))$ puis déduire la nature du triangle ABC . 0,5 pt
 d) Déterminer l'aire du triangle ABC . 0,5 pt
- 2) a) Vérifier que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires. 0,5 pt
 b) Déterminer le volume du tétraèdre $ABCD$. 0,5 pt
 c) Soit H le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC) . Calculer DH . 0,75 pt
- 3) Soit le point $E(2, 2 + 3\alpha, 2 - \alpha)$ où α est un réel.
 a) Vérifier que E appartient à la droite (DC) . 0,5 pt
 b) Déterminer α pour que E soit le projeté orthogonale de A sur (DC) . 0,75 pt

Exercice 3 : 5 points

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal l direct (O, \vec{u}, \vec{v}) . On note A et B les points d'affixes respectives 1 et i . A tout point M , distinct de A et d'affixes z , est associé le point M' d'affixe Z définie par : $Z = \frac{(1-i)(z-i)}{z-1}$.

1. Soit $z = x + iy$ où x et y désignent deux nombres réels.

- a) Montrer l'égalité : $Z = \frac{(x-1)^2 + (y-1)^2 - 1}{(x-1)^2 + y^2} - i \frac{x^2 + y^2 - 1}{(x-1)^2 + y^2}$. 0,75pt
- b) Déterminer l'ensemble E des points M d'affixe z telle que Z soit réel. 0,5pt
- c) Déterminer l'ensemble F des points M d'affixe z telle que $Re(Z)$ soit négatif ou nul. 0,75pt
2. a) Calculer les racines carrées de $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$. 1,5pt
 b) En déduire les valeurs de $\cos(\frac{9\pi}{8})$ et $\sin(\frac{9\pi}{8})$. 1,5pt

Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES 4,5 points

Deux commerçantes, Anna et Fanta se rendent au marché pour acheter des mangues. Chaque mangue coute 5F l'unité. Anna dit à Fanta je dispose d'un montant égal à m_1 francs et Fanta répond moi aussi j'ai une somme égale à m_2 francs. L'entier m_1 s'écrit $m_1 = 1x00y2$ dans le système de numérotation de base huit et m_2 s'écrit $m_2 = x1y003$ dans le système de numérotation de base sept.



Tâche 1 : Déterminer les chiffres x et y pour que chacune des deux commerçantes puisse, avec la totalité de son argent, acheter un nombre maximum de mangues. **1,5 pt**

Tâche 2 : Déterminer le montant que dispose chacune des commerçantes. **1.5pt**

Tâche 3 : Déterminer le nombre de mangues que chacune d'elles peut acheter. **1,5 pt**

Présentation : 0,5 pt

EXAMINATEUR M.SUFO

