COSBIE
Département de Mathématiques
www.easy-maths.org **Année Scolaire : 2010-2011**

EPREUVE DE MATHEMATIQUES
Classe : 2^{nde} C ; Séquence : 1 ; Durée : 2h30 ; coef : 6
Vendredi, 22 octobre 2010
Examinateur : **TEUNANG TEUTSONG**
www.easy-maths.org

Exercice I : (9 pts) *(Cet exercice est composé de 4 questions indépendantes.)*

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $[0,5+1,5pts]$

a. $|x+2| = 5$; **b.** $1 < |2-x| < 2$.

2. On considère un réel $a > 0$ et le réel $H = a^2\dfrac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{8} + a^2\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{8}$.

a. Démontrer que $a^2\dfrac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{8} + a^2\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{8} = (\sqrt{2}a)^2$. $[1pt]$

b. En déduire le nombre réel négatif dont le carré est égal à H. $[0,5pt]$

3. Soit x et y deux réels positifs. On pose $A = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ et $B = \sqrt{x+y}$.

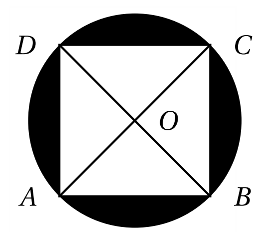
a. Comparer les réels A^2 et B^2. En déduire la comparaison des réels A et B. $[1+0,5pts]$

b. Quelle relation doit-il exister entre x et y pour que l'on ait l'égalité $A^2 = 2B^2$? $[1pt]$

4. Le carré $ABCD$ ci-dessous, de centre O est inscrit dans un cercle de diamètre d. On suppose que son côté $x = AB$ est compris entre 4 et 5 cm ($4 < x < 5$) et que 3,145 est une valeur approchée de π à 0,005 près.

a. Démontrer que $16 < x^2 < 25$; $32 < d^2 < 50$ et $25,12 < \dfrac{\pi d^2}{4} < 39,38$. $[2pts]$

b. En déduire un encadrement de l'aire de la surface noire. (On rappelle que l'aire d'un cercle de diamètre d est $\dfrac{\pi d^2}{4}$.) $[1pt]$



Exercice II : (7,75 pts)
Soit un triangle ABC et K le milieu de $[AB]$.

1. Construire les points D, E, F, H définis par : $[2,5pts]$

$$\overrightarrow{AD} + 3\overrightarrow{DC} = \vec{0}, \quad \overrightarrow{AE} + 3\overrightarrow{BE} = \vec{0}, \quad 3\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FB} = 5\overrightarrow{AC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{BH} + 2\overrightarrow{CH} = \vec{0}.$$

2. Justifier que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est une base, puis exprimer les vecteurs $\overrightarrow{DF}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{CK}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{BK}$, et $\overrightarrow{AH}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. $[3,25pts]$

3. Démontrer que : $[4\times 0,5pts]$

a. D, E et F sont alignés.
b. (CK) et (DE) sont parallèles.
c. E est le milieu de $[BK]$.
d. $ADFH$ est un parallélogramme.

Exercice III : (3,25 pts)
Soit ABC un triangle. On donne le point D tel que $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} - 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

1. Déterminer $\overrightarrow{CD}$ en fonction de $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CB}$, puis construire D. $[1pt]$

2. Démontrer que pour tout point M, $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} = -2\overrightarrow{MD}$. $[1pt]$

3. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = 2\|\overrightarrow{AB}\|$. $[1,25pts]$

Bonus : (1 pt) Soit a un réel strictement positif. Quel est, de $\dfrac{a}{a+1}$ ou de $\dfrac{a+1}{a}$, le nombre le plus proche de 1?