Lycée de Japoma
Département de Mathématiques — Année scolaire : 2008/2009

Classe : 2^{nde}**C** Durée : 3h ; coef : 6

Epreuve de Mathématiques. Evaluation de fin d'année.

Examinateurs : **NONO L.** et **NJIONOU S. P**

Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie. Aucune affirmation non justifiée ne sera prise en compte lors de l'évaluation de la copie. Les calculatrice électroniques sont autorisées .

Les exercices 1, 2 et le problème sont obligatoires pour tous. L'élève traitera au choix l'exercice 3 ou l'exercice 4.

Exercice 1. [5pts]

1. Soit f la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 6x - 5$.
   1.1 Vérifier que $f(x) = -(x-3)^2 + 4$. [1pt]
   1.2 En déduire le sens de variation de f sur $]-\infty; 3]$ puis sur $[3; +\infty[$ et dresser son tableau de variation. [2pts]
2. 2.1 Ecrire sans symbole de valeur absolue $g(x) = |x|$. [0.5pt]
   2.2 Construire dans un même repère les courbes représentatives de g et de $h(x) = x^2$. [1pt]
   2.3 Résoudre graphiquement $x^2 = |x|$. [0.5pt]

Exercice 2. [3pts]

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$.
   1.1 $(E_1) : x^3 - x = 2 - 2x^3$. [0.5pt]
   2.1 $(I_1) : 3|2x+1| \geq 4|x-2|$. [1pt]
2. Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$: $(S_1) : \begin{cases} 3x - y = 15 \\ \frac{1}{2}x - y = 5 \end{cases}$, $(S_2) : \begin{cases} 3x^2 - \frac{1}{y-1} = 15 \\ \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{y-1} = 5 \end{cases}$. [1pt]

Exercice 3. [5pts]

1. Soit $ABCD$ un carré, I le milieu de $[BC]$ et J le point tel que : $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CD}$.
   1.1 Faire un dessin. [0.5pt]
   1.2 Démontrer que $(IA) \perp (IJ)$. [1pt]
2. Soit deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que :
$$\|\vec{u}\| = \sqrt{2}; \quad \|\vec{v}\| = 5 \quad \text{et} \quad \vec{u}.\vec{v} = 7.$$
   On pose $\vec{\imath} = 4\vec{u} - \vec{v}$ et $\vec{\jmath} = -3\vec{u} + \vec{v}$.
   2.1 Calculer $\vec{\imath}.\vec{\imath}$ et en déduire $\|\vec{\imath}\|$. Calculer $\|\vec{\jmath}\|$. [1pt]
   2.2 Calculer $\vec{\imath}.\vec{\jmath}$. [0.5pt]
   2.3 Quelle est la nature de la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$? [0.5pt]
3. ABC est un triangle.
   3.1 Rappeler la formule de $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, puis rappeler la formule d'Al-Kashi. [0.5pt]

3.2 Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(AC^2 + AB^2 - BC^2)$. [0.5pt]

3.3 On donne $AB = 4cm$; $BC = 5cm$ et $AC = 2cm$. Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$. [0.5pt]

Exercice 4. [5pts]

On a relevé le poids en kg de 30 personnes et on a obtenu les résultats suivants.

x_i	59	62	65	68	71	74	77
n_i	1	4	6	7	5	5	2

1. Quel est le mode de cette série statistique ? [1pt]
2. Calculer la moyenne $\bar{x}$. [1pt]
3. Dresser le tableau des effectifs cumulés croissants et des effectifs cumulés décroissants puis déterminer une médiane. [1pt]
4. Calculer l'écart moyen e_m. [1pt]
5. Déterminer la variance V et déduire l'écart type σ de la série. [1pt]

Problème [7pts]

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). On considère les points $B\binom{1}{5}$ et $C\binom{-5}{-2}$.

1. 1.1 Trouver une équation cartésienne du cercle $(\mathcal{C}_0)$ de diamètre $[BC]$. [1pt]

   1.2 Préciser les coordonnées du centre de ce cercle ainsi que son rayon. [0.5pt]

2. On considère la cercle $(\mathcal{C})$ d'équation $x^2 + y^2 + 4x - 3y - 15 = 0$, le point $A\binom{1}{-2}$ et le vecteur $\vec{u}\binom{-1}{1}$.

   2.1 Ecrire l'équation de la droite $(\mathcal{D})$ passant par A et dirigée par $\vec{u}$. [0.5pt]

   2.2 Déterminer les points d'intersection de $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{D})$. [1pt]

3. Soit $(\mathcal{D}')$ la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - 4t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$.

   3.1 $(\mathcal{D})$ et $(\mathcal{D}')$ sont elles parallèles ? [0.5pt]

   3.2 Trouver les coordonnées de leur point d'intersection si possible. [1pt]

   3.3 Les points $E\binom{0}{-2}$ et $F\binom{5}{-3}$ appartiennent t-ils à $(\mathcal{D}')$? [0.5pt]

   3.4 Soit (Δ) la droite d'équation cartésienne : $3x - 4y - 5 = 0$. Justifier que $(\mathcal{D}')$ et (Δ) sont perpendiculaires. [1pt]

4. Déterminer l'ensemble des points $M\binom{x}{y}$ vérifiant $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 3 = 0$. [1pt]

« . ».

Travaille, travaille, travaille encore et travaille toujours.

Bonne chance.