

Classe : 2ndC Durée : 3h ; coef : 6
Mercredi, 20 Janvier 2010 ; 8h - 11h
Epreuve de Mathématiques. 3^{eme} séquence

L'épreuve comporte deux parties avec quatre exercices.

Activités Numériques (10pts)

Exercice 1 (5pts).

- Déterminer le degré et le coefficient dominant des polynômes f et g suivants :
 $f(x) = (x^2 + 1)(3 - x^4)$ et $g(x) = (x - 2)(1 - x^2) - x(1 - x^2) + (x - 5)(2 - 3x)$. [1pt]
- On donne : $h(x) = 10x^3 - 5x^2 + 7x - 3$; $i(x) = x^5 - 5x^2 + 3$ et $j(x) = 7x^3 - 3x^2 + 2x$
déterminer $A(x) = h(x) + i(x) + j(x)$ et $B(x) = -h(x) + 2i(x) - j(x)$. [1pt]
- Factoriser :
 $u(x) = (2x + 1)(x - 3) - (4x + 5)(3 - x)$ et $v(x) = x^3 + 27 - (x + 3)(2x^2 - 5x + 6)$. [1,5pts]
- Etudier suivant les valeurs de x , le signe de $w(x) = -4(5x - 7)(x\sqrt{3} - 5)$. [1pt]
et en déduire le signe de $w(2010 + \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{3}})$ et $w(\sqrt{2})$. [0,5pt]

Exercice 2 (5pts).

- A- On donne : $q(x) = 2x^2 - 5x + 2$; $p(x) = -2x^3 - x^2 + 13x - 6$ et $Q(x) = \frac{-2x^3 - x^2 + 13x - 6}{(2x - 1)(x - 2)}$.
- Mettre $q(x)$ sous la forme canonique et en déduire sa factorisation. [0,5pt]
 - Calculer $p(-3)$ et conclure. [0,5pt]
 - Factoriser $p(x)$. [1pt]
 - Résoudre l'équation $p(x) = 0$. [0,5pt]
 - Simplifier $Q(x)$. [0,5pt]
 - Etudier le signe de $Q(x)$ et en déduire l'ensemble solution de l'inéquation $Q(x) \leq 0$. [1pt]
- B- Déterminer les nombres réels a et b tels que, pour tout nombre réel de $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$, on ait :

$$\frac{1}{x^2 - 4} = \frac{a}{x - 2} + \frac{b}{x + 2}$$

[1pt]

Activités Géométriques (10pts)

Exercice 3 (3,5pts).

$ABCD$ est un parallélogramme. Les points I et J sont des milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CD]$.

1. Démontrer que les droites (ID) et (JB) sont parallèles. [0,5pt]
2. Construire les points M et N tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ [0,5pt]
 - (a) Démontrer que M , I et D sont alignés. [0,5pt]
 - (b) Démontrer que N , J et B sont alignés. [0,5pt]
3. Montrer que le quadrilatère $MINJ$ est un parallélogramme. [0,5pt]
4. E est le point d'intersection des droites (ID) et (BC) .
 - (a) Calculer $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{EB}$. [0,5pt]
 - (b) Que peut-on dire du point B par rapport au segment $[CE]$? [0,5pt]

Exercice 4 (6,5pts).

La figure ci-contre est l'esquisse du parallélogramme quadrillé $ABCD$. On ne demande pas de reproduire cette figure sur sa feuille.

1. Placer les points I , J , K et L tels que : [2pts]
 $\overrightarrow{DI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{AJ} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$; $\overrightarrow{BK} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CL} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$.
2. On pose $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$. Dans la suite du problème, on considère le repère $(A, \overrightarrow{AJ}, \overrightarrow{AO})$.
 - (a) Ce repère est-il orthonormé? Pourquoi? [0,75pt]
 - (b) Donner dans ce repère les coordonnées des points I , J , K et L . [1pt]
 - (c) En déduire les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{JK} et \overrightarrow{LI} . En déduire la nature du quadrilatère $IJKL$. [1pt]
 - (d) Donner les coordonnées du centre G du parallélogramme $IJKL$. G est-il le centre de gravité de $IJKL$? [0,75pt]
3. (a) Donner les coordonnées des centres de gravités des triangles IBC (noté S) et KAD (noté T). [0,5pt]
 - (b) Montrer que G , S et T sont alignés. [0,5pt]