MINESEC
Lycée de Japoma
Département de Mathématiques
www.easy-maths.org

Année scolaire : 2010-2011
Classe : 2^{nde}C2 **Durée : 2 heures**
Séquence 3 **Janvier 2011**
Coef : 06

Épreuve de Mathématiques

Enseignant : **Njionou Patrick, S.**

Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie. Il est demandé à l'élève de justifier toutes ses affirmations.

EXERCICE 1 **7 points**

On considère le polynôme $P(x) = ax^3 - 4x^2 + 7x - 6$ où a est un nombre réel.

1. **a.** Calculer $P(2)$. [0,5pt]

b. Déterminer a pour que $P(2) = 0$. [0,5pt]

c. On suppose que $a = 1$. Faire la division de $P(x)$ par $x - 1$. [0,5pt]

d. Déterminer la forme canonique de $R(x) = x^2 - 2x + 3$. [0,5pt]

e. $R(x)$ est-il factorisable ? Quel est le signe de $R(x)$? [1pt]

f. Factoriser le polynôme $P(x)$. [0,5pt]

2. On considère le polynôme $Q(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$.

a. Calculer $Q(2)$. [0,5pt]

b. Déterminer les réels a, b et c tels que $Q(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c)$. [0,5pt]

c. Factoriser complètement $Q(x)$. [0,5pt]

3. On donne $T(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$.

a. Quel est l'ensemble de définition de $T(x)$? [0,5pt]

b. Simplifier $T(x)$ sur son ensemble de définition. [0,5pt]

c. Etudier le signe de $T(x)$ dans un tableau de signe et en déduire l'ensemble solution de l'inéquation $T(x) > 0$. [1pt]

EXERCICE 2 **6 points**

1. On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = -2(x+3)^2 + 7$. Démontrer que f admet un maximum sur $\mathbb{R}$. Quel est ce maximum ? [1pt]

2. Soit f l'application affine définie par $f(x) = -2x + 3$.

a. Quel est sont coefficient ? [0,5pt]

b. f est-elle croissante ou décroissante ? [0,5pt]

c. Déterminer l'image directe de l'intervalle $[-1; 6]$. [1pt]

3. Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$.

a. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f. [0,5pt]

b. Vérifier que pour tout $u, v \in D_f$, on a $f(u) - f(v) = -\dfrac{2(u-v)}{(u-1)(v-1)}$. [1pt]

c. En déduire que f est strictement décroissante sur $]-\infty; 1[$ et sur $]1; +\infty[$. [1,5pt]

EXERCICE 3 **7 points**

1. Soit $ABCD$ un quadrilatère dont les côtés $[AD]$ et $[BC]$ ont pour milieux respectifs I et J.

a. Faire une figure. [1pt]

b. Montrer que $2\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$. [1pt]

2. Développer et réduire les expressions suivantes :

a. $\vec{a} = 7\vec{u} - 4\vec{v} + 3(\vec{u} + 3\vec{w}) - 5(2\vec{w} - \vec{v})$, [1pt]

b. $\vec{d} = \vec{u} + 2(3\vec{v} + \vec{w}) - 5(2\vec{u} + 3\vec{v})$. [1pt]

3. Soit $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ une base de $\mathcal{V}$.

a. Démontrer que $(\vec{\imath} + \vec{\jmath}, \vec{\jmath})$ et $(\vec{\imath} - \vec{\jmath}, \vec{\imath} + \vec{\jmath})$ sont encore des bases de $\mathcal{V}$. [1pt]

b. On définit les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ par $\vec{u} = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$ et $\vec{v} = \vec{\imath} - \vec{\jmath}$. Déterminer les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$. [1pt]

c. Montrer que $(\vec{u}, \vec{v})$ est une base de $\mathcal{V}$ et déterminer les coordonnées de $\vec{\imath}$ dans cette base. [1pt]

d. Un point M a pour coordonnées (x, y) dans le repère $\left(\mathrm{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$ et (x', y') dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Exprimer x' et y' en fonction de x et de y. [1pt]