

Classe : 2^{nde}C Durée : 3h ; coef : 6

...Mars 2009

Epreuve de Mathématiques. 4^{me} séquence

Examineurs : NONO L. et NJIONOU S. P

Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie. Il est demandé au candidat de justifier autant que possible ses affirmations.

Exercice 1 (4pts).

1. Factoriser le polynôme $P(x) = x^2 - 5x + 6$. Puis résoudre l'équation $P(x) = 0$. [1pt]
2. Etudier dans un tableau de signes le signe de la fraction rationnelle $Q(x) = \frac{x^2-5x+6}{x^2-1}$. [1pt]
3. Résoudre les inéquations $\frac{2x+1}{x-1} < \frac{x+7}{x+1}$ et $\frac{2x+1}{x-1} \geq \frac{x+7}{x+1}$. [2pt]

Exercice 2 (6pts).

1. On considère la fonction définie sur l'intervalle $[1; 9]$ par $f(x) = |x - 1| + |x - 3| + |2x - 4|$.
 - (a) Exprimer $f(x)$ sans symbole de valeur absolue sur chacun des intervalles $[1; 2]$, $[2; 3]$ et $[3; 9]$. [2pt]
 - (b) Donner les variations de f sur chacun de ces intervalles. [1pt]
 - (c) Déterminer le maximum et le minimum de f sur l'intervalle $[1; 9]$. [1pt]
2. On considère la fonction définie par $f(x) = \max\{3x - 1; x - 1\}$.
 - (a) Résoudre l'équation $3x - 1 = x - 1$. [0.5pt]
 - (b) Résoudre les inéquations $3x - 1 \leq x - 1$ et $3x - 1 \geq x - 1$. [0.5pt]
 - (c) Donner l'expression de f sur chacun des intervalles $] - \infty; 0]$ et $[0; +\infty[$. [1pt]

Exercice 3 (4pts). Soit $A\left(\frac{1}{2}\right)$ et $B\left(\frac{3}{1}\right)$ deux plan du plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Calculer les normes $\|\vec{OA}\|$, $\|\vec{OB}\|$ et $\|\vec{BC}\|$. [1.5pt]
2. Quel est la nature du triangle OAB ? [0.5pt]
3. Calculer les produits scalaires $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ et $\vec{AO} \cdot \vec{AB}$. [1pt]
4. Dédire les mesures des angles du triangles OAB . [1pt]

Exercice 4 (6pts). Soit ABC un triangle. On note I et J les milieux respectifs des côtés $[BC]$ et $[AC]$. On pose $BC = a$, $AC = b$ et $AB = c$.

1. Montrer le théorème d'Al-Kashi $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$. [0.5pt]
2. Exprimer le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ en fonction de b , c et $\cos \hat{A}$. [0.5pt]
En déduire que $\cos \hat{A} = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{bc}$. [0.5pt]
3. Dédire des deux premières questions que $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{1}{2} [b^2 + c^2 - a^2]$. [0.5pt]

-
4. En utilisant un raisonnement analogue, montrer que $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}[c^2 + a^2 - b^2]$ et $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{1}{2}[a^2 + b^2 - c^2]$. [1pt]
5. Montrer que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ et exprimer \overrightarrow{BJ} en fonction des vecteurs \overrightarrow{BA} et \overrightarrow{BC} . [1pt]
6. Montrer que $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$. [0.5pt]
7. Montrer que $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{8}(a^2 + b^2 - 5c^2)$. [1pt]
8. Dédurre que $\overrightarrow{AI} \perp \overrightarrow{BJ} \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 5c^2$. [0.5pt]

*« En apprenant à connaître les maux de la nature, on méprise la mort,
en apprenant à connaître ceux de la société, on méprise la vie. » Chamfort.
Travaille, travaille, travaille encore et travaille toujours.
Bonne chance.*