

Épreuve de Mathématiques

Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie. Il est demandé à l'élève de justifier toutes ses affirmations.

EXERCICE 1

4 points

1. **a.** Démontrer par l'absurde que $\sqrt{5}$ est un nombre irrationnel. [0,5pt]
- b.** En déduire que $2 + \sqrt{5}$ est irrationnel. [1pt]
2. Déterminer $E(-4, 7)$, $E(4, 7)$ et $E(10^3\pi)$ où $E(x)$ désigne la partie entière de x . [1,5pt]
3. x et y sont des nombres réels tels que $|-3x + \frac{1}{2}| < \frac{3}{2}$ et $|-y + 2| \geq 1$. Donner un encadrement de x et un encadrement de y . [1pt]

EXERCICE 2

4 points

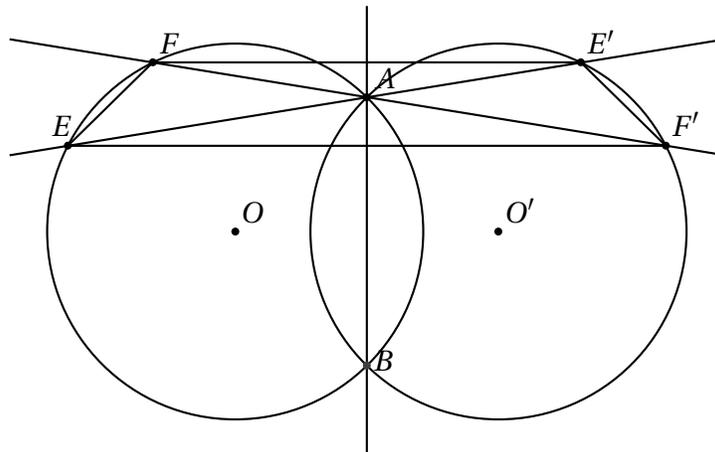
Soit l'application $f : [10; 20] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = -2x + 10$ et g l'application affine définie par $g(x) = -2x + 10$.

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f , puis justifier que f n'est pas une application affine. [1pt]
2. Déterminer D_g , puis $D_f \cap D_g$. [1pt]
3. **a.** Montrer que $f = g$ sur un ensemble que l'on précisera. [0,5pt]
- b.** Soit $x, y \in \mathbb{R}$ tels que $x \neq y$. Calculer $\frac{g(x)-g(y)}{x-y}$ et en déduire le sens de variation de g . [1pt]
- c.** Déduire le sens de variation de f sur D_f . [0,5pt]

EXERCICE 3

7 points

Soit (C) et (C') deux cercles de même rayon, sécants en A et B . Une droite (D) , passant par A , recoupe (C) en E et (C') en E' . La droite symétrique de (D) par rapport à (AB) coupe (C) en F et (C') en F' .



1. Quelle relation doit-on avoir sur les angles $\widehat{EFE'}$, $\widehat{FEF'}$, $\widehat{EF'E'}$ et $\widehat{F'E'F}$ pour que le quadrilatère $EFE'F'$ soit inscriptible? [1pt]
2. Montrer que $\widehat{E'AF'} = \widehat{EAF}$ et en déduire que $\widehat{EE'F} = \widehat{E'FF'}$. [1,5pt]
3. Montrer que $\widehat{EOA} = \widehat{AO'F'}$ et en déduire que $\widehat{EFA} = \widehat{AE'F'}$. [1,5pt]
4. Déduire des questions 2. et 3. que $\widehat{EFE'} = \widehat{FE'F'}$. [1pt]
5. Montrer que $\widehat{FEF'} = \widehat{EF'E'}$. [1pt]
6. Montrer que le quadrilatère $EFE'F'$ est inscriptible. [1pt]

EXERCICE 4

5 points

On considère une fonction f dont la courbe représentative est donnée par le graphique ci-contre.

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f . [0,5pt]
2. Déterminer les images des nombres réels suivants : -4 , -3 , -1 , 0 , 1 . [1pt]
3. Déterminer les antécédants de chacun des nombres suivants : 6 , 0 , -6 . [1pt]
4. Déterminer les images directes des intervalles $[-4; 0]$ et $[-3; -1]$. [1pt]
5. Déterminer les images réciproques des intervalles $[1; 5]$, $[-3; 1]$ et $[5; 6]$. [1,5pt]

