

# Épreuve de Mathématiques

Enseignant : Njionou Patrick, S.

*Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie. Il est demandé à l'élève de justifier toutes ses affirmations.*

## EXERCICE 1

5 points

Le but de cet exercice est de montrer que l'intervalle  $I = ]2; 12[$  n'a pas de maximum.

1. Définir  $\alpha$  est maximum de  $I$ . [1pt]
2. Déterminer 5 majorants de l'intervalle  $I$ . [1pt]
3. On suppose que  $I$  a un maximum  $\beta$ , justifier que  $\beta < 12$ . [1pt]
4. On pose  $\lambda = 12 - \frac{12-\beta}{2}$ , montrer que  $\lambda \in I$  puis comparer  $\beta$  et  $\lambda$ . [1pt]
5. Justifier clairement en utilisant ce qui précède que  $\beta$  ne peut donc être le maximum de  $I$ . [1pt]

## EXERCICE 2

5 points

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes :

1.  $|x - 2| \leq 7$  [1pt]
2.  $|x - 2| \leq -1$ . [1pt]
3.  $-1 \leq |x - 2| < 0$ . [1pt]
4.  $|x + 3| \geq 2$ . [1pt]
5.  $|3x - 7| \leq 2$ . [1pt]

## EXERCICE 3

5 points

Soit  $x$  et  $y$  deux nombres réels.

1. Développer l'expression  $(y - x)(y^2 + xy + x^2)$ . [1.5pt]
2. Démontrer que  $y^2 + xy + x^2 = (y + \frac{x}{2})^2 + \frac{3}{4}x^2$ . [1.5pt]
3. Dédire de la question 2. que pour tout  $x, y \in \mathbb{R}$ ,  $y^2 + xy + x^2 \geq 0$ . [1pt]
4. Dédire des questions précédentes que si  $x \leq y$ , alors  $x^3 \leq y^3$ . [1pt]

## EXERCICE 4

5 points

On donne  $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$  et  $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$ .

1. Donner le meilleur encadrement de :  $2\sqrt{3} + 3\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{5} - \sqrt{3}$  et  $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ . [3pt]
2. Trouver les nombres entiers  $a$  et  $b$  tels que :
  - a.  $a \times 10^{-2} < \sqrt{15} < (a + 1) \times 10^{-2}$ ; [1pt]
  - b.  $b \times 10^{-2} < \sqrt{\frac{5}{3}} < (b + 1) \times 10^{-2}$ . [1pt]