CPBEL Discipline – Travail – Succès	**COLLEGE POLYVALENT BILINGUE "Les ELITES"** ***"LES ELITES" BILINGUAL COMPREHENSIVE SCHOOL***	
	FICHE DE TRAVAUX DIRIGES	**Classe : Père D**
	DEPARTEMENT : MATHEMATIQUES	Durée :
Po Box : 7756 DOUALA	**TRAVAUX DIRIGES MATHS : TRIGONOMETRIE**	Coef. : Année : 2021/2022

EXERCICE 1

$$A = cos^2\frac{\pi}{8} + cos^2\frac{3\pi}{8} + cos^2\frac{5\pi}{8} + cos^2\frac{7\pi}{8} \text{ et } B = sin^2\frac{\pi}{8} + sin^2\frac{3\pi}{8} + sin^2\frac{5\pi}{8} + sin^2\frac{7\pi}{8}$$

1) Calculer $A + B$ et $A - B$

2) En déduire A et B

EXERCICE 2

1) En remarquant que $\frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}$; calculer : $cos\frac{5\pi}{12}$; $sin\frac{5\pi}{12}$ et $tan\frac{5\pi}{12}$

2) En déduire les valeurs exactes de : $cos\frac{7\pi}{12}$; $\sin\frac{7\pi}{12}$ et $\tan\frac{7\pi}{12}$

EXERCICE 3

1.*a)* Exprimer $\cos 3x$ en fonction de $\cos x$ et $\sin 3x$ $en\ fonction\ de$ $\sin x$. (on pourra remarque que $3x = 2x + x$)

b) En déduire que $\tan 3x = \tan x\frac{1-3tan^2x}{3-tan^2x}$

2. Simplifier les expressions suivantes : $\frac{\sin 3x}{\sin x} + \frac{\cos 3x}{\cos x}$ et $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x}$. Après avoir précisé leur ensemble de définition.

EXERCICE 4 :

soit x le réel tell que : $\cos x = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ et $0 < x < \frac{\pi}{2}$

- **Calculer $\cos 2x$ et en déduire x**

EXERCICE 5 :

1) Démontrer que, pour tout réel x :

a. $cos^4x = \frac{1}{8}(cos4x + 4cos2x + 3)$

b. $sin^4x = \frac{1}{8}(cos4x - 4cos2x + 3)$

2) Calculer : $cos^2\frac{\pi}{8} + cos^2\frac{3\pi}{8} + cos^2\frac{5\pi}{8} + cos^2\frac{7\pi}{8}$

EXERCICE 6

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations données. On représentera les solutions sur le cercle trigonométrique :

a) $\cos x = \frac{1}{2}$; $b)$ $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $c)$ $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $d)$ $\cos\ 2x - 5\cos\ x + 3 = 0$

EXERCICE 7

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations données. On représentera les solutions sur le cercle trigonométrique :

a) $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $b)$ $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = cos\frac{\pi}{8}$; $c)$ $\cos x = \cos 3x$ d) $\cos\frac{x}{2} = -\frac{1}{2}$

EXERCICE 8

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations données. On représentera les solutions sur le cercle trigonométrique :

a) $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$; $b)$ $\tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$; $c)$ $tan\ 2\ x\ tan = \left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$

EXERCICE 9

Saisir a un réel de l'intervalle $\left[0\ ;\ \frac{\pi}{2}\right]$ tel que $\sin a = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$

1) Calculer $\cos 2a$, puis $cos\ 4a$

2) ***a***. En déduire que a est solution de l'équation (E) : $\cos 4x = -sin\ x$

b. Résoudre (E) et en déduire a

EXERCICE 10

1) Exprimer $cos^2x\ et\ \cos 4x\ en\ fonction\ de\ \cos 2x$

2) ***a.*** Résoudre dans $\mathbb{R}$, puis dans $]0\ ;2\pi]$ l'équation $2cos^2x + \cos 4x - 3 = 0$

b. Représenter les points images des solutions sur le cercle trigonométrique

EXERCICE 11

1) Vérifier que pour tout réel x :

a) $\cos x + sin\ x = \sqrt{2}\ cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

b) $\cos x - sin\ x = \sqrt{2}\ cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations données. On représentera les solutions sur le cercle trigonométrique :

a. $\cos 2x + \sin 2x = -1$; b. $\cos 3x - \sin 3x = \sqrt{2}$

EXERCICE 12

1) En remarquant que $\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}$, calculer les valeurs exactes de $\cos\frac{7\pi}{12}\ et\ de\ \sin\frac{7\pi}{12}$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)\cos x + \left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\sin x = 2$

EXERCICE 13

Résoudre dans l'intervalle I, chacune des équations. On représentera graphiquement l'ensemble des solutions sur le cercle trigonométrique

a) $\cos x \geq \frac{1}{2}\ \ et\ \ I =]-\pi\ ;\ \pi]$; b) $\cos 2x < 0\ et\ I = \mathbb{R}$; c) $\cos x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}\ et\ I = [0\ ;\ \pi]$

EXERCICE 14

Résoudre dans l'intervalle I, chacune des inéquations et représenter graphiquement l'ensemble des solutions sur le cercle trigonométrique.

a) $\frac{1-2\sin x}{2\cos x-\sqrt{3}} \leq 0\ et\ I = \left]-\frac{\pi}{2}\ ;\ \frac{3\pi}{2}\right]$; b) $\frac{2\sin 2x-1}{1+2\sin 2x} > 0\ et\ I =]-\pi\ ;\ \pi]$

EXERCICE 15

1) Résoudre dans $]-\pi\ ;\ \pi]$ le système d'équation suivant : $\begin{cases}\cos 3x = 1\\ \sin 3x = 0\end{cases}$

2) **a.** Placer sur le cercle trigonométrique les points images des nombres réels solutions du système. On les notera I, A et B

b. Quelle est la nature exacte du triangle IAB ? Justifier votre réponse

EXERCICE 16

1) En utilisant les formules d'addition, exprimer le produit $\cos a\ et\ cox\ b$ en fonction de $\cos(a+b) et\ de\ \cos(a-b)$

2) En posant $a + b = p\ et\ a - b = q$, démontrer que : $\cos p + \cos q = 2cos\,\frac{p+q}{2} \times cos\,\frac{p-q}{2}$

3) ***a.*** Calculer $cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) \times cos\left(\frac{\pi}{12}\right)\ \ puis\ \ cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) + cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

b. En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)\ et\ de\ \cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

4) ***a.*** Résoudre dans l'intervalle$[-\pi\ ;\ \pi[$, l'équation $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$

b. Représenter les points images des solutions sur le cercle trigonométrique