Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Probatoire **Session :** 2019
Série : C - E
Épreuve : Mathématiques
Durée : 3 h **Coef. :** 6(C) et 5(E)

L'épreuve comporte trois exercices et un problème sur deux pages.

Exercice 1 (3,5 points

1. a) Exprimer $\cos 2\alpha$ en fonction de $\cos\alpha$, puis en fonction de $\sin\alpha$. **0,5 pt**

b) Sachant que $\frac{\pi}{4} = 2\frac{\pi}{8}$, en déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{8}$ et $\sin\frac{\pi}{8}$. **0,5 pt**

c) En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{5\pi}{8}$ et $\sin\frac{5\pi}{8}$. **0,5 pt**

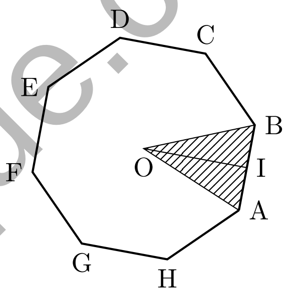
d) Déterminer la valeur exacte du réel $A = \cos\frac{9\pi}{8} + \cos\frac{7\pi}{8} + 2\sin\frac{5\pi}{8}$. **0,5 pt**

2. ABCDEFGH est un octogone régulier de centre O, OA = 1.
On se propose de calculer son aire.
Soit I le milieu de [AB]. On pose $\alpha = \text{mes}\,\widehat{AOI}$.

a) Exprimer OI et AI en fonction de α. **0,5 pt**

b) En déduire que $\text{Aire(OAB)} = \frac{1}{2}\sin 2\alpha$. **0,25 pt**

c) Déterminer l'aire de l'octogone ABCDEFGH. **0,25 pt**



3. Soit r un réel strictement positif.
Déterminer, en fonction de r, l'aire d'un octogone régulier inscrit dans un cercle de rayon r. **0,5 pt**

Exercice 2 (3 points)

1. Soient A et B deux points du plan tels que AB = 5. On désigne par I le milieu de [AB].

a) Déterminer l'ensemble $(\mathscr{C})$ des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 = 25$. **0,5 pt**

b) Déterminer l'ensemble $(\mathscr{D})$ des points M du plan tels que $MA^2 - MB^2 = 0$. **0,25 pt**

2. Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Unité graphique 1 cm.
On donne les points $A(-3, 1)$ et $B(2, 1)$.

a) Déterminer une équation du cercle (Γ) de diamètre [AB] et tracer (Γ). **0,5 pt**

b) Vérifier que le point $D(-2, 3)$ appartient à (Γ) et déterminer une équation de la tangente (T) à (Γ) en D. **0,75 pt**

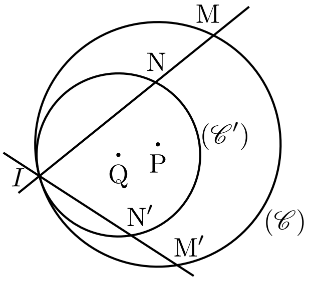
c) Vérifier que le point $E(2, 6)$ est extérieur à (Γ). Tracer le cercle (Γ') de diamètre [EI], où I désigne le milieu de [AB]. En déduire les coordonnées du point de contact des tangentes à (Γ) menées de E. **1 pt**

Exercice 3 (2,5 points)

P et Q sont deux points du plan tels que PQ = 1. On note $(\mathscr{C})$ le cercle de centre P et de rayon 3 et $(\mathscr{C}')$ le centre de centre Q et de rayon 2. La demi-droite [PQ) coupe le cercle $(\mathscr{C})$ au point I.

1. Justifier que le point I appartient aussi à $(\mathscr{C}')$. **0,5 pt**

2. Déterminer le centre et le rapport de l'homothétie qui transforme $(\mathscr{C})$ en $(\mathscr{C}')$. **1 pt**



3. Soient M et M′ deux points de $(\mathscr{C})$.

3. Les droites (IM) et (IM′) coupent $(\mathscr{C}')$ en N et N′ respectivement.

a) Montrer que les droites (MM′) et (NN′) sont parallèles. **0,5 pt**

b) Déterminer la valeur du rapport $\frac{NN'}{MM'}$. **0,5 pt**

Problème (11 points)

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Partie A/

Dans cette partie, on essaiera pas de réduire l'expression de f(x) au même dénominateur, mais on utilisera les propriétés sur la somme de deux fonctions.

Soit f la fonction définie sur $\mathscr{D}_f = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$ par $f(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}\right)$. On note $(\mathscr{C}_f)$ sa courbe représentative.

1. Étudier la parité de la fonction f. Que peut-on en déduire pour la courbe $(\mathscr{C}_f)$? **0,5 pt**

2. Calculer les limites de f en $-\infty$, à gauche et à droite en -1 et 1, et en $+\infty$. En déduire les asymptotes à la courbe $(\mathscr{C}_f)$. **2 pts**

3. Déterminer l'expression de la dérivée f' de la fonction f. En déduire le sens de variation de la fonction f. **1 pt**

4. a) Donner une équation de la tangente (T) à $(\mathscr{C}_f)$ au point d'abscisse 0. **0,25 pt**

a) Étudier le signe de $f(x) + x$ sur $\mathscr{D}_f$ et donner la position de (T) par rapport à $(\mathscr{C}_f)$. **0,75 pt**

5. a) Tracer (T) et $(\mathscr{C}_f)$. **1 pt**

b) Tracer sur le même graphique la courbe $(\mathscr{C}_g)$ représentative de la fonction g définie sur $\mathscr{D}_f$ par $g(x) = |f(x)|$. **0,75 pt**

c) Discuter graphiquement, suivant les valeurs de m, le nombre et le signe des solutions de l'équation $g(x) = m$. **0,75 pt**

Parie B/

On considère la suite (u_n), à termes positifs, donnée par :
$u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n, $u_n = \frac{2u_n - 1}{u_n}$.

1. a) Exprimer $u_{n+1} - 1$ en fonction de $u_n - 1$ et comparer leurs signes. **0,5 pt**

b) Quel est le signe de $u_0 - 1$? Que peut-on en déduire ? **0,5 pt**

2. a) Exprimer $u_{n+1} - u_n$ en fonction de u_n. **0,5 pt**

b) En déduire le sens de variation de la suite (u_n). **0,5 pt**

3. On pose $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$.

3. a) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique de raison 1. **0,5 pt**

b) Exprimer v_n en fonction de n. **0,5 pt**

c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n. **0,5 pt**

d) Calculer la limite de la suite (u_n). **0,5 pt**