

Épreuve de Mathématiques :

EXERCICE 1 :

4,5pts

I - 1 – Résoudre dans IR l'équation : $2t^2 + \sqrt{3}t - 3 = 0$.

0,5pt

2 – Déterminer a et φ tels que pour tout x de IR, l'on ait : $\sqrt{3}\cos x + \sin x = a\cos(x - \varphi)$.

0,5pt

3 – a) Utiliser les résultats précédents pour résoudre dans $[0, 2\pi]$, l'équation

$$(E): (2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin x - 3)(\sqrt{3}\cos x + \sin x - \sqrt{2}) = 0$$

1pt

b) Représenter les images de (E) sur le cercle trigonométrique.

1pt

II – Dans une salle de classe de 1^{ère}D comportant 63 élèves, on a nommé un bureau composé d'un chef, d'un sous – chef et d'une secrétaire.

1 – Combien de bureau possibles peut – on avoir ?

0,5pt

2 – Le bureau nommé organise des groupes de balayage constitués de six élèves. Le bureau ne participe pas au balayage. Combien y – a – t – il de groupes de balayage possibles ?

0,5pt

3 – De combien de manières différentes le bureau peut – il concevoir un plan de classe qui attribue une place à chaque élève s'il y a exactement 63 places disponibles ?

0,5pt

EXERCICE 2 :

3,5pts

Soit ABC un triangle équilatéral direct de côté 4cm G est le point du plan tel que :

$$3\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = \vec{0}.$$



1) Écrire G comme barycentre des points A , B et C affecté des coefficients qu'on déterminera.

2) Soit I le milieu du segment $[AC]$.

a) Démontrer que $4\overrightarrow{GI} - \overrightarrow{GB} = \vec{0}$. Que peut – on en déduire ?

0,75pt

b) Construire G .

0,5pt

c) Déduire de la question 2a) que G appartient à la médiatrice du segment $[AC]$.

0,5pt

3) On donne $mes(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) = \frac{\pi}{3}$ et on note r la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

a) Quelle est l'image de C par r ?

0,5pt

b) Soit A' l'image de A par r ; construire A' .

0,5pt

c) Quelle est la nature du quadrilatère $AA'BC$? justifier la réponse.

0,75pt

PROBLÈME

12pts

Partie A :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (unité : 1cm sur les axes)

On considère la fonction f de la variable numérique x définie par : $f(x) = \frac{2x^2 + 5x}{2(x+1)}$; (C) sa courbe

représentative dans la plan, et D_f , son ensemble de définition.

1) Déterminer D_f .

0,25pt

2) Déterminer les réels a , b et c tels que pour tout x élément de D_f , $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$.

0,75pt

3) Justifier que f est dérivable pour tout élément de D_f et calculer $f'(x)$.

0,75pt

4) Déterminer les limites de f aux bornes de D_f .

1pt

5) Montrer que la droite d'équation $y = x + \frac{3}{2}$ est asymptote oblique à (C).

0,5pt

- 6) Dresser le tableau de variation de f. 0,75pt
 7) Déterminer les coordonnées du centre de symétrie de (C). 0,5pt
 8) Tracer (C). 0,5pt



Partie B :

A) Une personne dépose à la banque une somme de 100000F le 1^{er} janvier 2010; le taux annuel est de 10%. Elle laisse fructifier ce capital et dépose tous les ans la somme de 20000F.

1. Quelle sera son capital en : 2011 ; 2012 ; 2013 et 2014 ? 1pt
 2. On pose $U_0 = 100000F$. On désigne par U_n la somme dont elle dispose le 1^{er} janvier de l'année (2010+n) et par U_{n+1} celle dont elle dispose l'année suivante.
 a) Etablir une relation entre U_{n+1} et U_n . 0,5pt
 b) On pose $V_n = U_n + a$. Déterminer a pour que la suite (V_n) soit une suite géométrique. 1,5pt
 c) On pose $a = 200\ 000$. Exprimer V_n , puis U_n en fonction de n. 0,5pt
 d) Calculer son capital en 2019. 0,5pt

B) On considère les suites (U_n) et (V_n) définies par :
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{7U_n - 4}{9U_n - 5} \end{cases} \text{ et } V_n = \frac{3}{3U_n - 2}.$$

1. Calculer U_1, U_2 et U_3 . 0,75pt
 2. Démontrer que $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme ainsi que la raison. 1pt
 3. Donner les expressions des termes généraux de (U_n) et (V_n) .
 4. On pose $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$.
 a. Donner l'expression de S_n en fonction de n. 0,5pt
 b. Pour quelle valeur de n a-t-on $S_n = 2019$? 0,75pt

BON TRAVAIL

M. HIONG