MINESEC	LYCEE CLASSIQUE D'EDEA			
EXAMEN	MATHEMATIQUES	PROBATOIRE BLANC		Session : 2013
COEFF. 4	Profs : T.N. AWONO-MESSI	Jeudi , 25 Avril 2013	Série : C	Durée : 3H

L'examinateur tiendra compte de la qualité de la rédaction et de la présentation de la copie.

EXERCICE 1 : 3 points

Soient A et B deux points distincts d'un plan $\mathcal{P}$ et G le point tel que $G = bar\{(A;1),(B;2)\}$.

1. **(a)** Exprimer pour tout point M de $\mathcal{P}$ le vecteur $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}$ à l'aide de $\overrightarrow{MG}$. **0,5pt**

(b) Quel est l'ensemble $\mathcal{D}$ des points M du plan tels que : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{BA}$? **0,5pt**

2. On suppose que $AB = 3x$ où $x \in \mathbb{R}_+^*$.

(a) Exprimer $MA^2 + 2MB^2$ en fonction de MG^2 et x. **0,5pt**

(b) En déduire suivant les réels k l'ensemble (Γ_k) des points M de $\mathcal{P}$ tels que :

$MA^2 + 2MB^2 = k$. **1pt**

3. Construire $\mathcal{D}$ et (Γ_k) pour $x = 2$ et $k = 36$. **0,5pt**

EXERCICE 2 : 4 points

1. Soit $x \in \mathbb{R}$. On définit une suite (U_n) par : $\begin{cases} U_0 = 0,5 \\ U_{n+1} = 3U_n \cos 2x + \sin^2 x \end{cases}$ $(n \in \mathbb{N})$

(a) Montrer que $U_1 = \dfrac{3}{2} - 2\sin^2 x$. **0,5pt**

(b) Résoudre dans $[0; 2\pi[$ l'équation $(E) : \mathrm{U}_1 = 1$. **1pt**

(c) Placer les points images des solutions de (E) sur un cercle trigonométrique. **0,5pt**

2. Dans la suite , on suppose que $x = \dfrac{\pi}{6}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $V_n = \dfrac{3}{2}U_n + \dfrac{3}{4}$.

(a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique que l'on caractérisera. **0,75pt**

(b) Exprimer V_n puis , U_n en fonction de n. **0,5pt**

(c) Exprimer $S_n = \sum_{k=0}^{n} V_k = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ en fonction de n. Calculer $\lim_{n \to +\infty} S_n$. **0,75pt**

EXERCICE 3 : 3 points

E est un plan vectoriel de base $\mathcal{B} = (\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ et g l'endomorphisme de E défini par :

$g(\vec{\imath}) = \vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$ et $g(\vec{\jmath}) = 3\vec{\imath} + \vec{\jmath}$. Pour $\lambda \in \mathbb{R}$, on pose : $E_\lambda = \left\{\vec{u} \in E \,/\, g(\vec{u}) = \lambda \vec{u}\right\}$.

1. Ecrire la matrice M de g dans la base $\mathcal{B}$. g est-elle bijective ? justifier. **1pt**

2. En déduire le noyau et l'image de g. **0,5pt**

3. Montrer que E_λ est un sous espace vectoriel de E. **0,75pt**

4. Déterminer les valeurs de λ pour que E_λ ne soit pas réduit au vecteur nul de E. **0,75pt**

PROBLEME : 10 points

Le problème comporte trois parties A ,B et C.

Partie A 5 points

Le plan est orienté dans le sens direct . $ABCD$ est un carré direct de centre O.

1. **(a)** Construire les triangles équilatéraux directs ADF et AEB. **0,75pt**

   (b) Montrer qu'il existe une unique rotation r telle que $r(A) = D$ et $r(E) = C$. **0,5pt**

   (c) Déterminer l'angle et le centre de r. **0,75pt**

2. Soit I le milieu de $[AB]$; r_1 le quart de tour indirect de centre O et r_2 le quart de tour direct de centre C .

   (a) Montrer que $t_{\overrightarrow{BD}} \circ S_{(BC)} = t_{\overrightarrow{BC}} \circ S_{(OI)}$. **0,5pt**

   (b) Déterminer la nature et caractériser $r_1 \circ r_2$. **0,75pt**

   (c) Déterminer le rapport et l'angle de la similitude directe S de centre B qui transforme D en A , puis déterminer $S(C)$. **0,75pt**

3. L'espace $\mathscr{E}$ est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Soit (Γ) la sphère d'équation $x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z+3=0$ et $(\mathscr{P})$ le plan d'équation cartésienne $x+y-z+1=0$.

   Montrer que le plan $(\mathscr{P})$ est tangent à (Γ) au point $A(0;1;2)$. **1pt**

Partie B 1,5 point

Une urne contient douze boules numérotées de 1 à 12. On tire simultanément trois boules .

On désigne par a, b et c les numéros des trois boules tirées.

1. Calculer le nombre de tirages possibles ? **0,5pt**
2. Déterminer le nombre de tirages pour que par a , b et c soient des termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison -2 . **1pt**

Partie C

Soit f la fonction numérique d'une variable réelle x définie par : $f(x)=x+2-\dfrac{1}{x+1}$.

On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ du plan.

1. Etudier les variations de f . **1pt**
2. **(a)** Montrer que $\mathscr{C}$ admet une asymptote oblique $\mathscr{D}$ dont on donnera une équation. **0,5pt**

   (b) Préciser en fonction de x les positions relatives de $\mathscr{C}$ et $\mathscr{D}$. Tracer $\mathscr{C}$ et $\mathscr{D}$. **1,5pt**
3. Tracer sur le même graphique que $\mathscr{C}$ la courbe de g définie par $g(x)=f(-x)$. **0,5pt**